Raciocínio Lógico

Sumário

IDAM

1. Lógica proposicional, operações lógicas sobre proposições e tabelas verdade 1
2. Argumentação lógica 19
3. Raciocínio sequencial 31
4. Raciocínio lógico quantitativo 51
5. Raciocínio lógico analítico 78
6. Diagramas lógicos 83
7. Conjuntos, Análise combinatória e Probabilidade 88

Candidatos ao Concurso Público,
O Instituto Maximize Educação disponibiliza o e-mail professores@maxieduca.com.br para dúvidas relacionadas ao conteúdo desta apostila como forma de auxiliá-los nos estudos para um bom desempenho na prova.
As dúvidas serão encaminhadas para os professores responsáveis pela matéria, portanto, ao entrar em contato, informe:
- Apostila (concurso e cargo);
- Disciplina (matéria);
- Número da página onde se encontra a dúvida; e
- Qual a dúvida.
Caso existam dúvidas em disciplinas diferentes, por favor, encaminhá-las em e-mails separados. O professor terá até cinco dias úteis para respondê-la.
Bons estudos!

Apostila gerada especialmente para: ROBERTO LIMA DA SILVA 714.586.382-00

1. Lógica proposicional, operações lógicas sobre proposições e tabelas verdade

Caro(a) candidato(a), *antes de iniciar nosso estudo, queremos nos colocar à sua disposição, durante todo o prazo do concurso para auxiliá-lo em suas dúvidas e receber suas sugestões. Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação ou dúvida conceitual. Em qualquer situação, solicitamos a comunicação ao nosso serviço de atendimento ao cliente para que possamos esclarecê-lo. Entre em contato conosco pelo e-mail: professores@maxieduca.com.br*

ESTRUTURAS LÓGICAS

A lógica pela qual conhecemos hoje foi definida por Aristóteles, constituindo-a como uma ciência autônoma que se dedica ao estudo dos atos do pensamento (Conceito, Juízo, Raciocínio, Demonstração) do ponto de vista da sua estrutura ou forma lógica, sem ter em conta qualquer conteúdo material.

Falar de Lógica durante séculos, era o mesmo que falar da lógica aristotélica. Apesar dos enormes avanços da lógica, sobretudo a partir do século XIX, a matriz aristotélica persiste até aos nossos dias. A lógica de Aristóteles tinha objetivo metodológico, a qual tratava de mostrar o caminho correto para a investigação, o conhecimento e a demonstração científica. O método científico que ele preconizava assentava nas seguintes fases:

1. Observação de fenômenos particulares;
2. Intuição dos princípios gerais (universais) a que os mesmos obedeciam;
3. Dedução a partir deles das causas dos fenômenos particulares.

Por este e outros motivos, Aristóteles é considerado o pai da Lógica Formal.

A lógica matemática (ou lógica formal) estuda a lógica segundo a sua estrutura ou forma. As estruturas lógicas consiste em um sistema dedutivo de enunciados, que tem como objetivo criar um grupo de leis e regras para determinar a validade dos raciocínios. Assim, um raciocínio é considerado válido se é possível alcançar uma conclusão verdadeira a partir de premissas verdadeiras.

Em sentido mais amplo podemos dizer que a Lógica está relacionada a maneira específica de raciocinar de forma acertada, isto é, a capacidade do indivíduo de resolver problemas complexos que envolvem questões matemáticas, as sequências de números, palavras, entre outros e de desenvolver essa capacidade de chegar a validade do seu raciocínio.

O estudo das estruturas lógicas, consiste em aprendemos a associar determinada proposição ao conectivo correspondente. Mas é necessário aprendermos alguns conceitos importantes para o aprendizado.

Conceito de proposição

Chama-se **proposição** todo o conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento ou uma ideia de sentido completo. Assim, as proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam, declaram fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados conceitos ou entes.

Elas devem possuir além disso:
- um sujeito e um predicado;
- e por último, deve sempre ser possível atribuir um valor lógico: verdadeiro (V) ou falso (F).

Preenchendo esses requisitos estamos diante de uma proposição.

Vejamos alguns exemplos:

A) Júpiter é o maior planeta do sistema Solar

Analisando temos:
- Quem é o maior planeta do sistema Solar? Júpiter, logo tem um sujeito e um predicado;
- É uma frase declarativa (a frase informa ou declara alguma coisa) e;
- Podemos atribuir um valor lógico V ou F, independente da questão em si.

B) Salvador é a capital do Brasil.

C) Todos os músicos são românticos.

A todas as frases podemos atribuir um valor lógico (V ou F).

TOME NOTA!!!

Uma forma de identificarmos se uma **frase simples** é ou não considerada frase lógica, ou sentença, ou ainda proposição, **é pela presença de:**
- sujeito simples: "Carlos é médico";
- sujeito composto: "Rui e Nathan são irmãos";
- sujeito inexistente: "Choveu"
- **verbo**, que representa a ação praticada por esse sujeito, e estar sujeita à apreciação de julgamento de ser verdadeira (V) ou falsa (F), caso contrário, não será considerada proposição.

Atenção: **orações que não tem sujeito,** NÃO são consideradas **proposições lógicas**.

Princípios fundamentais da lógica

A Lógica matemática adota como regra fundamental três princípios[1] (ou axiomas):

I – PRINCÍPIO DA IDENTIDADE: uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa.

II – PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO: uma proposição não pode ser verdadeira **E** falsa ao mesmo tempo.

III – PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO: toda proposição OU é verdadeira **OU** é falsa, verificamos sempre um desses casos, NUNCA existindo um terceiro caso.

Se esses princípios acimas não puderem ser aplicados, NÃO podemos classificar uma frase como proposição.

Valores lógicos das proposições

Chamamos de **valor lógico** de uma proposição: a **verdade**, se a proposição for verdadeira (V), e a **falsidade**, se a proposição for falsa (F). Designamos as letras V e F para abreviarmos os valores lógicos verdade e falsidade respectivamente.

Consideremos as seguintes proposições e os seus respectivos valores lógicos:
a) A velocidade de um corpo é inversamente proporcional ao seu tempo. **(V)**
b) A densidade da madeira é maior que a densidade da água. **(F)**

A maioria das proposições são proposições contingenciais, ou seja, dependem do contexto para sua análise. Assim, por exemplo, se considerarmos a proposição simples:

*"Existe vida após a morte", ela poderá ser **verdadeira** (do ponto de vista da religião espírita) ou **falsa** (do ponto de vista da religião católica); mesmo assim, em ambos os casos, seu valor lógico é único — ou verdadeiro ou falso.*

Classificação das proposições

As proposições podem ser classificadas em:

1) Proposições simples (ou atômicas): são formadas por uma única oração, sem conectivos, ou seja, elementos de ligação. Representamos por letras minusculas: p, q, r,... .

Exemplos:
O céu é azul.
Hoje é sábado.

[1] *Algumas bibliografias consideram apenas dois axiomas o II e o III.*

2) Proposições compostas (ou moleculares): possuem elementos de ligação (conectivos) que ligam as orações, podendo ser duas, três, e assim por diante. Representamos por letras maiusculas: P, Q, R, ...

Exemplos:
O ceu é azul ***ou*** cinza.
Se hoje é sábado, ***então*** vou à praia.

Observação: os termos em destaque são alguns dos conectivos (termos de ligação) que utilizamos em lógica matemática.

3) Sentença aberta: quando não se pode atribuir um valor lógico verdadeiro ou falso para ela (ou valorar a proposição!), portanto, não é considerada frase lógica. São consideradas sentenças abertas:
a) Frases interrogativas: Quando será prova? - Estudou ontem? – Fez Sol ontem?
b) Frases exclamativas: Gol! – Que maravilhoso!
c) Frase imperativas: Estude e leia com atenção. – Desligue a televisão.
d) Frases sem sentido lógico (expressões vagas, paradoxais, ambíguas, ...): “esta frase é verdadeira” (expressão paradoxal) – O cavalo do meu vizinho morreu (expressão ambígua) – 2 + 3 + 7

Exemplos

1. $p(x): x+4=9$

A sentença matemática $x+4=9$ é aberta, pois existem infinitos números que satisfazem a equação. Obviamente, apenas um deles, $x=5$, torna a sentença verdadeira. Porém, existem infinitos outros números que podem fazer com que a proposição se torne falsa, como $x=-5$.

2. $q(x): x<3$

Dessa maneira, na sentença $x<3$, obtemos infinitos valores que satisfazem à equação. Porém, alguns são verdadeiros, como $x=-2$, e outros são falsos, como $x=+7$.

4) Proposição (sentença) fechada: quando a proposição admitir um único valor lógico, seja ele verdadeiro ou falso, nesse caso, será considerada uma frase, proposição ou sentença lógica.

Observe os exemplos:

Frase	Sujeito	Verbo	Conclusão
Maria é baiana	Maria (simples)	É (ser)	É uma frase lógica
Lia e Maria têm dois irmãos	Lia e Maria (composto)	Têm (ter)	É uma frase lógica
Ventou hoje	Inexistente	Ventou (ventar)	É uma frase lógica
Um lindo livro de literatura	Um lindo livro	Frase sem verbo	NÃO é uma frase lógica
Manobrar esse carro	Frase sem sujeito	Manobrar	NÃO é uma frase lógica
Existe vida em Marte	Vida	Existir	É uma frase lógica

Sentenças representadas por variáveis
a) x + 4 > 5;
b) Se x > 1, então x + 5 < 7;
c) x = 3 se, e somente se, x + y = 15.

Observação: Os termos “atômicos” e “moleculares” referem-se à quantidade de verbos presentes na frase. Consideremos uma frase com apenas um verbo, então ela será dita atômica, pois se refere a apenas um único átomo (1 verbo = 1 átomo); consideremos, agora, uma frase com mais de um verbo, então ela será dita molecular, pois se refere a mais de um átomo (mais de um átomo = uma molécula).

Questões

01. **(INPI - Tecnologista em Propriedade Industrial – CESPE)** Um órgão público pretende organizar um programa de desenvolvimento de pessoas que contemple um conjunto de ações de educação continuada. Quando divulgou a oferta de um curso no âmbito desse programa, publicou, por engano, um anúncio com um pequeno erro nos requisitos. Em vez de “os candidatos devem ter entre 30 e 50 anos e possuir mais de cinco anos de experiência no serviço público” (anúncio 1), publicou “os candidatos devem ter entre 30 e 50 anos ou possuir mais de cinco anos de experiência no serviço público”.

Considere que X = o conjunto de todos os servidores do órgão; A = o conjunto dos servidores do órgão que têm mais de 30 anos de idade; B = o conjunto dos servidores do órgão que têm menos de 50 anos de idade e C = o conjunto dos servidores do órgão com mais de cinco anos de experiência no serviço público. Sabendo que X, A, B, e C têm, respectivamente, 1.200, 800, 900 e 700 elementos, julgue os itens seguintes. Sejam p(x) e q(x) sentenças abertas com universo X dadas respectivamente por “o servidor x tem entre 30 e 50 anos de idade” e “o servidor x possui mais de cinco anos de experiência no serviço público”.

Então, se C é subconjunto de A∩B, então o conjunto verdade associado à sentença aberta p(x)→q(x) coincide com o conjunto universo X.

(A) Certo (B) Errado

02. (PM/RR - Soldado da Polícia Militar – UERR) Uma sentença aberta pode ser transformada numa proposição se for atribuído valor a uma variável. Dada a sentença aberta p(y): $y^2 > 10$, assinale o valor a ser atribuído para tornar a proposição p(y) verdadeira:

(A) x = 4
(B) y = -2
(C) y = 1
(D) x = 0
(E) y = 5

Respostas

01. Resposta: A.

Se C é subconjunto de A∩B, então todos os servidores com mais de 5 anos de experiência têm entre 30 e 50 anos de idade.

Logo, a sentença p(x)→q(x) é verdadeira.

Mas, se o servidor escolhido tiver uma idade menor que 30 anos ou maior que 50, mesmo sendo p(x) falsa, dada a tabela verdade, a sentença p(x) →q(x) também será verdadeira.

Logo, para todas as idades dos servidores, a sentença p(x) →q(x) será verdade.

Sendo assim, o conjunto verdade associado à sentença aberta p(x)→q(x) coincide com o conjunto universo X.

02. Resposta: E.

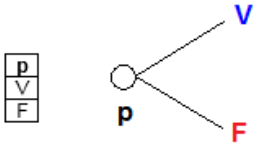
Analisando as alternativas:

A) x = 4, errado pois não temos a variável x.
B) y = -2, errado, pois $-2^2 = 4 < 10$
C) y = 1, errado, pois $1^2 = 1 < 10$
D) x = 0, não temos a variável x.
E) y = 5, correto. $5^2 = 25 > 10$

Conceito de Tabela Verdade

É uma forma usual de representação das regras da Álgebra Booleana. Nela, é representada cada proposição (simples ou composta) e todos os seus valores lógicos possíveis. Partimos do Princípio do Terceiro Excluído, toda proposição simples é verdadeira ou falsa , tendo os valores lógicos V (verdade) ou F (falsidade).

Quando trabalhamos com as proposições compostas, determinamos o seu valor lógico partindo das proposições simples que a compõe.



O valor lógico de qualquer proposição composta depende **UNICAMENTE** dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles **UNIVOCAMENTE** determinados.

Número de linhas de uma Tabela Verdade

Definição:

"A tabela verdade de uma proposição composta com n* proposições simples componentes contém 2^n linhas." (* *Algumas bibliografias utilizam o "p" no lugar do "n"*)

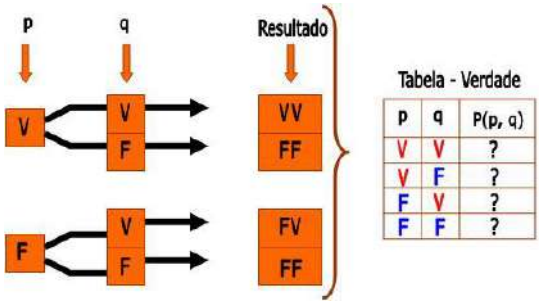
Os valores lógicos "V" e "F" se alteram de dois em dois para a primeira proposição "p" e de um em um para a segunda proposição "q", em suas respectivas colunas, e, além disso, VV, VF, FV e FF, em cada linha, são todos os arranjos binários com repetição dos dois elementos "V" e "F", segundo ensina a Análise Combinatória.

Construção da tabela verdade de uma proposição composta

Vamos começar contando o número de proposições simples que a integram. Se há n proposições simples componentes, então temos 2^n linhas. Feito isso, atribuimos a 1ª proposição simples "p_1" **2^n / 2 = 2^{n-1}** valores **V** , seguidos de **2^{n-1}** valores **F,** e assim por diante.

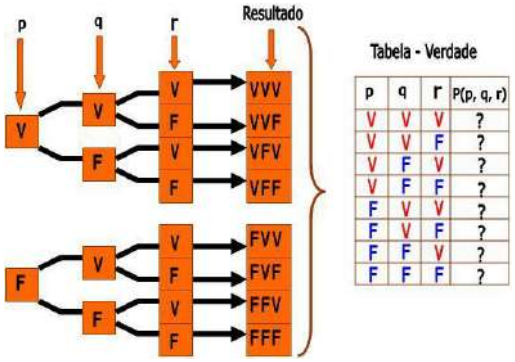
Exemplos

1) Se tivermos 2 proposições temos que $2^n = 2^2 = 4$ linhas e $2^{n-1} = 2^{2-1} = 2$, temos para a 1ª proposição 2 valores **V** e 2 valores **F** se alternam de 2 em 2 , para a 2ª proposição temos que os valores se alternam de 1 em 1 (ou seja metade dos valores da 1ª proposição). Observe a ilustração, a primeira parte dela corresponde a árvore de possibilidades e a segunda a tabela propriamente dita.



(Fonte: http://www.colegioweb.com.br/nocoes-de-logica/tabela-verdade.html)

2) Neste caso temos 3 proposições simples, fazendo os cálculos temos: $2^n = 2^3 = 8$ linhas e $2^{n-1} = 2^{3-1} = 4$, temos para a 1ª proposição 4 valores **V** e 4 valores **F** se alternam de 4 em 4 , para a 2ª proposição temos que os valores se alternam de 2 em 2 (metade da 1ª proposição) e para a 3ª proposição temos valores que se alternam de 1 em 1(metade da 2ª proposição).



(Fonte: http://www.colegioweb.com.br/nocoes-de-logica/tabela-verdade.html)

Estudo dos Operadores e Operações Lógicas

Quando efetuamos certas operações sobre proposições chamadas operações lógicas, efetuamos cálculos proposicionais, semelhantes a aritmética sobre números, de forma a determinarmos os valores das proposições.

1) Negação (~): chamamos de negação de uma proposição representada por "não p" cujo valor lógico é **verdade** (V) quando **p é falsa** e **falsidade** (F) quando p é verdadeira. Assim "não p" tem valor lógico oposto daquele de p.

Pela tabela verdade temos:

p	*~p*
V	*F*
F	*V*

Simbolicamente temos:

~V = F ; ~F = V

V(~p) = ~V(p)

Exemplos

Proposição (afirmações): p	Negação: ~p
Carlos é paulista	Carlos NÃO é paulista
Juliana é santista	Juliana NÃO é santista
Nicolas está de férias	Nicolas NÃO está de férias
Norberto foi trabalhar	NÃO É VERDADE QUE Norberto foi trabalhar

Na primeira parte da tabela todas as afirmações são verdadeiras, logo ao negarmos os termos passam a ter como valor lógico a falsidade.

- Dupla negação (Teoria da Involução): vamos considerar as seguintes proposições primitivas, *p:" Netuno é o planeta mais distante do Sol"*; sendo seu valor verdadeiro ao negarmos "p", vamos obter a seguinte proposição *~p: "Netuno NÃO é o planeta mais distante do Sol"* e negando novamente a proposição "~p" teremos *~(~p): "NÃO É VERDADE que Netuno NÃO é o planeta mais distante do Sol"*, sendo seu valor lógico verdadeiro (V). Logo a dupla negação equivale a termos de valores lógicos a sua proposição primitiva.

p ≡ ~(~p)

Observação: O termo "equivalente" está associado aos "valores lógicos" de duas fórmulas lógicas, sendo iguais pela natureza de seus valores lógicos.

Exemplo:

1. Saturno é um planeta do sistema solar.
2. Sete é um número real maior que cinco.

Sabendo-se da realidade dos valores lógicos das proposições "Saturno é um planeta do sistema solar" e "Sete é um número relativo maior que cinco", que são ambos verdadeiros (V), conclui-se que essas **proposições são equivalentes**, **em termos de valores lógicos, entre si**.

2) Conjunção – produto lógico (^): chama-se de conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por "p e q", cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **as proposições, p e q, são ambas verdadeiras** e **falsidade (F)** nos **demais casos**.

Simbolicamente temos: "p ^ q" (lê-se: "p E q").

Pela tabela verdade temos:

p	*q*	*p∧q*
V	*V*	*V*
V	*F*	*F*
F	*V*	*F*
F	*F*	*F*

Exemplos

(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p ^ q) = V(p) ^ V(q) = V ^ V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p ^ q) = V(p) ^ V(q) = F ^ F = F

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira de futebol masculino é octacampeã mundial. (F)
V(p ^ q) = V(p) ^ V(q) = V ^ F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número ímpar. (V)
V(p ^ q) = V(p) ^ V(q) = F ^ V = F

- O valor lógico de uma proposição simples "p" é indicado por V(p). Assim, exprime-se que "p" é verdadeira (V), escrevendo:
V(p) = V

- Analogamente, exprime-se que "p" é falsa (F), escrevendo:
V(p) = F

- As proposições compostas, representadas, por exemplo, pelas letras maiúsculas "P", "Q", "R", "S" e "T", terão seus respectivos valores lógicos representados por:
V(P), V(Q), V(R), V(S) e V(T).

3) Disjunção inclusiva – soma lógica – disjunção simples (v): chama-se de disjunção inclusiva de duas proposições p e q a proposição representada por "p ou q", cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **pelo menos uma das proposições, p e q, é verdadeira** e **falsidade (F)** quando **ambas são falsas**.
Simbolicamente: "p v q" (lê-se: "p OU q").
Pela tabela verdade temos:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplos

(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p v q) = V(p) v V(q) = V v V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p v q) = V(p) v V(q) = F v F = F

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira de futebol masculino é octacampeã mundial. (F)
V(p v q) = V(p) v V(q) = V v F = V

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número ímpar. (V)
V(p v q) = V(p) v V(q) = F v V = V

4) Disjunção exclusiva (v): chama-se disjunção exclusiva de duas proposições p e q, cujo valor lógico é **verdade (V)** somente quando **p é verdadeira ou q é verdadeira**, **mas não quando p e q são ambas verdadeiras** e a **falsidade (F)** quando p e q são **ambas verdadeiras ou ambas falsas**.

Simbolicamente: "p v q" (lê-se; "OU p OU q"; "OU p OU q, MAS NÃO AMBOS").
Pela tabela verdade temos:

p	q	p v q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Para entender melhor vamos analisar o exemplo.
p: Nathan é médico ou professor. (Ambas podem ser verdadeiras, ele pode ser as duas coisas ao mesmo tempo, uma condição não exclui a outra – disjunção inclusiva).
Podemos escrever:
Nathan é médico ^ Nathan é professor

q: Mario é carioca ou paulista (aqui temos que se Mario é carioca implica que ele não pode ser paulista, as duas coisas não podem acontecer ao mesmo tempo – disjunção exclusiva).
Reescrevendo:
Mario é carioca v Mario é paulista.

Exemplos

a) Plínio pula ou Lucas corre, mas não ambos.
b) Ou Plínio pula ou Lucas corre.

5) Implicação lógica ou condicional (→): chama-se proposição condicional ou apenas condicional representada por "se p então q", cujo valor lógico é **falsidade (F)** no caso em que **p é verdade e q é falsa** e a **verdade (V) nos demais casos**.

Simbolicamente: "p → q" (lê-se: p é condição suficiente para q; q é condição necessária para p).
p é o **antecedente** e **q** o **consequente** e "→" é chamado de **símbolo de implicação**.

Pela tabela verdade temos:

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Exemplos

(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p → q) = V(p) → V(q) = V → V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p → q) = V(p) → V(q) = F → F = V

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)
V(p → q) = V(p) → V(q) = V → F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número ímpar. (V)
V(p → q) = V(p) → V(q) = F → V = V

6) Dupla implicação ou bicondicional (↔):chama-se proposição bicondicional ou apenas bicondicional representada por "p se e somente se q", cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **p e q são ambas verdadeiras ou falsas** e a **falsidade (F) nos demais casos**.

Simbolicamente: "p ↔ q" (lê-se: p é condição necessária e suficiente para q; q é condição necessária e suficiente para p).

Pela tabela verdade temos:

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Exemplos

(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = V ↔ V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = F ↔ F = V

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira de futebol masculino é octacampeã mundial. (F)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = V ↔ F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número ímpar. (V)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = F ↔ V = F

Transformação da linguagem corrente para a simbólica

Este é um dos tópicos mais vistos em diversas provas e por isso vamos aqui detalhar de forma a sermos capazes de resolver questões deste tipo.

Sejam as seguintes proposições simples denotadas por "p", "q" e "r" representadas por:
p: Luciana estuda.
q: João bebe.
r: Carlos dança.

Sejam, agora, as seguintes proposições compostas denotadas por: "P", "Q", "R", "S", "T", "U", "V" e "X" representadas por:
P: **Se** Luciana estuda **e** João bebe, **então** Carlos **não** dança.
Q: **É falso que** João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana **não** estuda.
R: **Ou** Luciana estuda **ou** Carlos dança **se, e somente se**, João **não** bebe.

O primeiro passo é destacarmos os operadores lógicos (modificadores e conectivos) e as proposições. Depois reescrevermos de forma simbólica, vejamos:

P: Se Luciana estuda **e** João bebe, **então** Carlos **não** dança.

p ^ q → ~r

Juntando as informações temos que, P: (p ^ q) → ~r

Continuando:

Q: **É falso que** João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana estuda.

Q: **É falso que**, João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana **não** estuda.

~ q v r ^ p ~

~ q v r ^ ~ p

Simbolicamente temos: Q: ~ (q v r ^ ~p).

R: **Ou** Luciana estuda **ou** Carlos dança **se, e somente se**, João **não** bebe.
(p v r) ↔ ~q

Observação: os termos "É falso que", "Não é verdade que", "É mentira que" e "É uma falácia que", **quando iniciam as frases negam, por completo, as frases subsequentes.**

- O uso de parêntesis

A necessidade de usar parêntesis na simbolização das proposições se deve a evitar qualquer tipo de ambiguidade, assim na proposição, por exemplo, p ^ q v r, nos dá as seguintes proposições:

(I) (p ^ q) v r - Conectivo principal é da disjunção.
(II) p ^ (q v r) - Conectivo principal é da conjunção.

As quais apresentam significados diferentes, pois os conectivos principais de cada proposição composta dá valores lógicos diferentes como conclusão.

Agora observe a expressão: p ^ q → r v s, dá lugar, colocando parêntesis as seguintes proposições:

a) ((p ^ q) → r) v s
b) p ^ ((q → r) v s)
c) (p ^ (q → r)) v s
d) p ^ (q → (r v s))
e) (p ^ q) → (r v s)

Aqui duas quaisquer delas não tem o mesmo significado. Porém existem muitos casos que os parêntesis são suprimidos, a fim de simplificar as proposições simbolizadas, desde que, naturalmente, ambiguidade alguma venha a aparecer. Para isso a supressão do uso de parêntesis se faz mediante a algumas convenções, das quais duas são particularmente importantes:

1ª) A "ordem de precedência" para os conectivos é:

(I) ~ (negação)
(II) ^, v (conjunção ou disjunção têm a mesma precedência, operando-se o que ocorrer primeiro, da esquerda para direita).
(III) → (condicional)
(IV) ↔ (bicondicional)

Portanto o mais "fraco" é "~" e o mais "forte" é "↔".

Logo: Os símbolos → e ↔ têm preferência sobre ^ e v.

Exemplos

01. p → q ↔ s ^ r, é uma bicondicional e nunca uma condicional ou uma conjunção. Para convertê-la numa condicional há que se usar parêntesis:

p →(q ↔ s ^ r)

E para convertê-la em uma conjunção:

(p → q ↔ s) ^ r

2ª) Quando um mesmo conectivo aparece sucessivamente repetido, suprimem-se os parêntesis, fazendo-se a associação a partir da esquerda.

Segundo estas duas convenções, as duas seguintes proposições se escrevem:

Proposição	Nova forma de escrever a proposição
((~(~(p ^ q))) v (~p))	~~ (p ^ q) v ~p
((~p) → (q → (~(p v r))))	~p→ (q → ~(p v r))

- Outros símbolos para os conectivos (operadores lógicos):

"¬" (cantoneira) para negação (~).

"●" e "&" para conjunção (^).

"Ↄ" (ferradura) para a condicional (→).

Em síntese temos a tabela verdade das proposições que facilitará na resolução de diversas questões

		Disjunção	Conjunção	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V

(Fonte: http://www laifi.com.)

01. Vamos construir a tabela verdade da proposição:

P(p,q) = ~ (p ^ ~q)

1ª Resolução) Vamos formar o par de colunas correspondentes as duas proposições simples p e q. Em seguida a coluna para ~q , depois a coluna para p ^ ~q e a útima contento toda a proposição ~ (p ^ ~q), atribuindo todos os valores lógicos possíveis de acordo com os operadores lógicos.

p	q	~q	p ^~q	~ (p ^ ~q)
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

2ª Resolução) Vamos montar primeiro as colunas correspondentes a proposições simples p e q , depois traçar colunas para cada uma dessas proposições e para cada um dos conectivos que compõem a proposição composta.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Depois completamos, em uma determinada ordem as colunas escrevendo em cada uma delas os valores lógicos.

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V			V
V	F		V			F
F	V		F			V
F	F		F			F
			1			1

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V		F	V
V	F		V		V	F
F	V		F		F	V
F	F		F		V	F
			1		2	1

p	q	~	(p	^	~	q)
V	V		V	F	F	V
V	F		V	V	V	F
F	V		F	F	F	V
F	F		F	F	V	F
			1	3	2	1

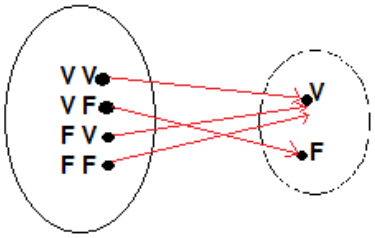
p	q	~	(p	^	~	q)
V	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V	F
		4	1	3	2	1

Observe que vamos preenchendo a tabela com os valores lógicos (V e F), depois resolvemos os operadores lógicos (modificadores e conectivos) e obtemos em 4 os valores lógicos da proposição que correspondem a todas possíveis atribuições de p e q de modo que:

P(V V) = V, P(V F) = F, P(F V) = V, P(F F) = V

A proposição P(p,q) associa a cada um dos elementos do conjunto U – {VV, VF, FV, FF} com um ÚNICO elemento do conjunto {V,F}, isto é, P(p,q) outra coisa não é que uma função de U em {V,F}

P(p,q): U → {V,F} , cuja representação gráfica por um diagrama sagital é a seguinte:



3ª Resolução) Resulta em suprimir a tabela verdade anterior as duas primeiras da esquerda relativas às proposições simples componentes p e q. Obtermos então a seguinte tabela verdade simplificada:

~	(p	^	~	q)
V	V	F	F	V
F	V	V	V	F
V	F	F	F	V
V	F	F	V	F
4	1	3	2	1

ÁLGEBRA DAS PROPOSIÇÕES

Propriedades da Conjunção: Sendo as proposições p, q e r simples, quaisquer que sejam t e w, proposições também simples, cujos valores lógicos respectivos são V (verdade) e F(falsidade), temos as seguintes propriedades:

1) Idempotente: p ^ p ⇔ p (o símbolo "⇔" representa equivalência).
A tabela verdade de p ^ p e p, são idênticas, ou seja, a bicondicional p ^ p ↔ p é tautológica.

p	p ^ p	p ^ p ↔ p
V	V	V
F	F	V

2) Comutativa: p ^ q ⇔ q ^ p
A tabela verdade de p ^ q e q ^ p são idênticas, ou seja, a bicondicional p ^ q ↔ q ^ p é tautológica.

p	q	p ^ q	q ^ p	p ^ q ↔ q ^ p
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

3) Associativa: (p ^ q) ^ r ⇔ p ^ (q ^ r)
A tabela verdade de (p ^ q) ^ r e p ^ (q ^ r) são idênticas, ou seja, a bicondicional (p ^ q) ^ r ↔ p ^ (q ^ r) é tautológica.

p	q	r	p ^ q	(p ^ q) ^ r	q ^ r	p ^ (q ^ r)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

4) Identidade: p ^ t ⇔ p e p ^ w ⇔ w
A tabela verdade de p ^ t e p, e p ^ w e w são idênticas, ou seja, a bicondicional p ^ t ↔ p e p ^ w ↔ w são tautológicas.

p	t	w	p ^ t	p ^ w	p ^ t ↔ p	p ^ w ↔ w
V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V	V

Estas propriedades exprimem que t e w são respectivamente elemento neutro e elemento absorvente da conjunção.

Propriedades da Disjunção: Sendo as proposições p, q e r simples, quaisquer que sejam t e w, proposições também simples, cujos valores lógicos respectivos são V (verdade) e F(falsidade), temos as seguintes propriedades:

1) Idempotente: p v p ⇔ p
A tabela verdade de p v p e p, são idênticas, ou seja, a bicondicional p v p ↔ p é tautológica.

p	p v p	p v p ↔ p
V	V	V
F	F	V

2) Comutativa: p v q ⇔ q v p
A tabela verdade de p v q e q v p são idênticas, ou seja, a bicondicional p v q ↔ q v p é tautológica.

p	q	p v q	q v p	p v q ↔ q v p
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V

3) Associativa: (p v q) v r ⇔ p v (q v r)

A tabela verdade de (p v q) v r e p v (q v r) são idênticas, ou seja, a bicondicional (p v q) v r ↔ p v (q v r) é tautológica.

p	q	r	p v q	(p v q) v r	q v r	p v (q v r)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F

4) Identidade: p v t ⇔ t e p v w ⇔ p

A tabela verdade de p v t e p, e p v w e w são idênticas, ou seja, a bicondicional p v t ↔ t e p v w ↔ p são tautológicas.

p	t	w	p v t	p v w	p v t ↔ t	p v w ↔ p
V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V

Estas propriedades exprimem que t e w são respectivamente elemento absorvente e elemento neutro da disjunção.

Propriedades da Conjunção e Disjunção: Sejam p, q e r proposições simples quaisquer.

1) Distributiva:

- p ^ (q v r) ⇔ (p ^ q) v (p ^ r)
- p v (q ^ r) ⇔ (p v q) ^ (p v r)

A tabela verdade das proposições p ^ (q v r) e (p v q) ^ (p v r) são idênticas, e observamos que a bicondicional p ^ (q v r) ↔ (p ^ q) v (p ^ r) é tautológica.

p	q	r	q v r	p ^ (q v r)	p ^ q	p ^ r	(p ^ q) v (p ^ r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Analogamente temos ainda que a tabela verdade das proposições p v (q ^ r) e (p v q) ^ (p v r) são idênticas e sua bicondicional p v (q ^ r) ↔ (p v q) ^ (p v r) é tautológica.

A equivalência p ^ (q v r) ↔ (p ^ q) v (p ^ r), exprime que a conjunção é distributiva em relação à disjunção e a equivalência p v (q ^ r) ↔ (p v q) ^ (p v r), exprime que a disjunção é distributiva em relação à conjunção.

Exemplo:

“Carlos estuda **E** Jorge trabalha **OU** viaja” é equivalente à seguinte proposição:

“Carlos estuda **E** Jorge trabalha” **OU** “Carlos estuda **E** Jorge viaja”.

2) Absorção:

- p ^ (p v q) ⇔ p
- p v (p ^ q) ⇔ p

A tabela verdade das proposições p ^ (p v q) e p, ou seja, a bicondicional p ^ (p v q) ↔ p é tautológica.

p	q	p v q	p ^ (p v q)	p ^ (p v q) ↔ p
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

Analogamente temos ainda que a tabela verdade das proposições p v (p ^ q) e p são idênticas, ou seja a bicondicional p v (p ^ q) ↔ p é tautológica.

p	q	p ^ q	p v (p ^ q)	p v (p ^ q) ↔ p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Referências

CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.

Questões

01. (DOCAS/PB – Assistente Administrativo – IBFC) Se o valor lógico de uma proposição "P" é verdade e o valor lógico de uma proposição "Q" é falso, então o valor lógico do bicondicional entre as duas proposições é:

(A) Falso
(B) Verdade
(C) Inconclusivo
(D) Falso ou verdade

02. (DOCAS/PB – Assistente Administrativo – IBFC) Dentre as alternativas, a única correta é:

(A) O valor lógico da conjunção entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.

(B) O valor lógico do bicondicional entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.

(C) O valor lógico da disjunção entre duas proposições é verdade se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.

(D) O valor lógico do condicional entre duas proposições é falso se os valores lógicos das duas proposições forem falsos.

03. (EBSERH – Técnico em Citopatologia – INSTITUTO AOCP) Considerando a proposição composta (p ∨ r) , é correto afirmar que

(A) a proposição composta é falsa se apenas p for falsa.
(B) a proposição composta é falsa se apenas r for falsa.
(C) para que a proposição composta seja verdadeira é necessário que ambas, p e r sejam verdadeiras.
(D) para que a proposição composta seja verdadeira é necessário que ambas, p e r sejam falsas.
(E) para que a proposição composta seja falsa é necessário que ambas, p e r sejam falsas.

04. (MEC – Conhecimentos básicos para os Postos 9,10,11 e 16 – CESPE)

	P	Q	R
①	V	V	V
②	F	V	V
③	V	F	V
④	F	F	V
⑤	V	V	F
⑥	F	V	F
⑦	V	F	F
⑧	F	F	F

A figura acima apresenta as colunas iniciais de uma tabela-verdade, em que P, Q e R representam proposições lógicas, e V e F correspondem, respectivamente, aos valores lógicos verdadeiro e falso.

Com base nessas informações e utilizando os conectivos lógicos usuais, julgue o item subsecutivo.

A última coluna da tabela-verdade referente à proposição lógica P v (Q↔R) quando representada na posição horizontal é igual a

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
P∨(Q ↔ R)	V	V	V	F	V	F	V	V

() Certo () Errado

05. (BRDE-Analista de Sistemas, Desenvolvimento de Sistemas – FUNDATEC) Qual operação lógica descreve a tabela verdade da função Z abaixo cujo operandos são A e B? Considere que V significa Verdadeiro, e F, Falso.

A	B	Z
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

(A) Ou.
(B) E.
(C) Ou exclusivo.
(D) Implicação (se...então).
(E) Bicondicional (se e somente se).

06. (TCE/SP – Auxiliar da Fiscalização Financeira II – FCC) Considere a afirmação condicional: Se Alberto é médico ou Alberto é dentista, então Rosa é engenheira.

Seja R a afirmação: 'Alberto é médico';
Seja S a afirmação: 'Alberto é dentista' e
Seja T a afirmação: 'Rosa é engenheira'.

A afirmação condicional será considerada necessariamente falsa quando
(A) R for verdadeira, S for falsa e T for verdadeira.
(B) R for falsa, S for verdadeira e T for verdadeira.
(C) R for falsa, S for falsa e T for falsa.
(D) R for falsa, S for falsa e T for verdadeira.
(E) R for verdadeira, S for falsa e T for falsa.

07. (TER-RJ – Analista Judiciário – CONSULPLAN/2017) De acordo com algumas implicações lógicas, analise as afirmativas a seguir.

I. Se p é verdadeira e q é verdadeira, então p Λ q é verdadeira.
II. Se p é verdadeira ou q é verdadeira, então p V q é falsa.
III. Se p é verdadeira e p ⟶ q é verdadeira, então q é verdadeira.
IV. Se ~p é verdadeira e p V q é verdadeira, então q é verdadeira.
V. Se ~q é verdadeira e p ⟶ q é verdadeira, então ~p é verdadeira.
VI. Se p V q é verdadeira, p ⟶ r é verdadeira e q ⟶ r é verdadeira, então r é verdadeira.
VII. p V [q Λ (~q)]⇔ p.
VIII. p⟶ q⇔(~p) V p.

Estão INCORRETAS apenas as afirmativas
(A) I e II.
(B) II e VIII.
(C) I, II, VI e VIII.
(D) III, IV, V e VI.

08. (ISGH - Médico Pediatra - Instituto Pró Município) Analise as seguintes proposições:
Proposição I: 4 é número par;
Proposição II: 2 > 5;
Proposição III: 6 é número ímpar.
Qual das proposições abaixo apresenta valor lógico verdadeiro?
(A) Se 2 > 5 e 6 é número ímpar, então 4 é número par;
(B) Se 2 > 5 ou 4 é número par, então 6 é número ímpar;
(C) Se 4 é número par ou 6 é número ímpar, então 2 > 5;
(D) Se 4 é número par, então 2 > 5 ou 6 é número ímpar.

Comentários

01. Resposta: A.
Pela tabela verdade da bicondicional

P	Q	P↔Q
V	F	F

02. Resposta: B.
Pela tabela verdade:

Tabela-verdade conjunção

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela-verdade disjunção

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela da condicional

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabela da bicondicional

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	**F**	**V**

03. Resposta: E.
Como já foi visto, a disjunção só é falsa quando as duas proposições são falsas.

04. Resposta: Certo.
P v (Q↔R), montando a tabela verdade temos:

R	Q	P	[P	v	(Q	↔	R)]
V	V	V	V	**V**	V	V	V
V	V	F	F	**V**	V	V	V
V	F	V	V	**V**	F	F	V
V	F	F	F	**F**	F	F	V
F	V	V	V	**V**	V	F	F
F	V	F	F	**F**	V	F	F
F	F	V	V	**V**	F	V	F
F	F	F	F	**V**	F	V	F

05. Resposta: D.
Observe novamente a tabela abaixo, considere A = p, B = q e Z = condicional.

		Disjunção	Conjunção	Condicional	Bicondicional
p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	F	F	V	V

06. Resposta: E.
RvS→T
Para a condicional ser falsa, devemos ter:
V→F
Portanto a afirmação (T: Rosa é engenheira) tem que ser falsa.
E para RvS ser verdadeira, as duas só não podem ser falsas.
Lembrando pela tabela verdade de cada uma:
Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

07. Resposta: B.
v e v = V (I) certo
v ou f = F (II) ERRADO, logo por eliminação só nos resta a alternativa B.

08. Resposta: A
Para solucionar essa questão, basta saber que na condicional (A ---> B), sendo B (Verdade) ela será sempre verdadeira.
Pois na condicional somente é falso quando:
(V ---> F = F) ('vai-fugir")
Sabendo disso,
Se 2 > 5 e 6 é número ímpar, então 4 é número par;
Nem precisa fazer ----> V = Verdadeiro

2. Argumentação lógica

A **argumentação** é a forma como utilizamos o raciocínio para convencer alguém de alguma coisa. A argumentação faz uso de vários tipos de raciocínio que são baseados em normas sólidas e argumentos aceitáveis.

A **argumentação lógica** é também conhecida como **dedução formal** e é a principal ferramenta para o **raciocínio válido** de um **argumento**. Ela avalia **conclusões** que a argumentação pode tomar e avalia quais dessas conclusões são **válidas** e quais **são inválidas (falaciosas).** O estudo das formas válidas de inferências de uma linguagem proposicional também faz parte da Teoria da argumentação.

Conceitos

Premissas (proposições): são afirmações que podem ser verdadeiras ou falsas. Com base nelas que os argumentos são compostos, ou melhor, elas possibilitam que o argumento seja aceito.

Inferência: é o processo a partir de uma ou mais premissas se chegar a novas proposições. Quando a inferência é dada como válida, significa que a nova proposição foi aceita, podendo ela ser utilizada em outras inferências.

Conclusão: é a proposição que contém o resultado final da inferência e que está alicerçada nas premissas. Para separa as premissas das conclusões utilizam-se expressões como "logo, ...", "portanto, ...", "por isso, ...", entre outras.

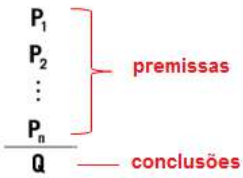
Sofisma: é um raciocínio falso com aspecto de verdadeiro.

Falácia: é um argumento inválido, sem fundamento ou tecnicamente falho na capacidade de provar aquilo que enuncia.

Silogismo: é um raciocínio composto de três proposições, dispostas de tal maneira que a conclusão é verdadeira e deriva logicamente das duas primeiras premissas, ou seja, a conclusão é a terceira premissa.

Argumento: é um conjunto finito de premissas – proposições –, sendo uma delas a consequência das demais. O argumento pode ser **dedutivo** (aquele que confere validade lógica à conclusão com base nas premissas que o antecedem) ou **indutivo** (aquele quando as premissas de um argumento se baseiam na conclusão, mas não implicam nela)

O argumento é uma fórmula constituída de premissas e conclusões (dois elementos fundamentais da argumentação).



Alguns exemplos de argumentos:

1)

Todo homem é mortal João é homem	Premissas
Logo, João é mortal	Conclusão

2)

Todo brasileiro é mortal Todo paulista é brasileiro	Premissas
Logo, todo paulista é mortal	Conclusão

3)

Se eu passar no concurso, então irei viajar Passei no concurso	Premissas
Logo, irei viajar	Conclusão

Todas as PREMISSAS tem uma CONCLUSÃO. Os exemplos acima são considerados silogismos.

Um argumento de **premissas** P1, P2, ..., Pn e de **conclusão** Q, indica-se por:

P1, P2, ..., Pn |----- Q

Argumentos Válidos

Um argumento é VÁLIDO (ou bem construído ou legítimo) quando a **conclusão** é VERDADEIRA (V), sempre que as premissas forem todas verdadeiras (V). Dizemos, também, que um argumento é válido quando a conclusão é uma consequência obrigatória das verdades de suas premissas.Ou seja:

A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão.

Um **argumento válido** é denominado **tautologia** quando assumir, somente, valorações verdadeiras, independentemente dos valores assumidos por suas estruturas lógicas.

Argumentos Inválidos

Um argumento é dito INVÁLIDO (ou falácia, ou ilegítimo ou mal construído), quando as verdades das premissas são **insuficientes** para sustentar a verdade da conclusão.

Caso a conclusão seja falsa, decorrente das insuficiências geradas pelas verdades de suas premissas, tem-se como conclusão uma **contradição** (F).

Um argurmento não válido diz-se um SOFISMA.

Os argumentos falaciosos podem ter validade emocional, íntima, psicológica, mas não validade lógica. É importante conhecer os tipos de falácia para evitar armadilhas lógicas na própria argumentação e para analisar a argumentação alheia.

- A verdade e a falsidade são propriedades das proposições.
- Já a validade e a invalidade são propriedades inerentes aos argumentos.
- Uma proposição pode ser considerada verdadeira ou falsa, mas nunca válida e inválida.
- **Não** é possível ter uma **conclusão falsa** se as **premissas são verdadeiras.**
- A validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e conclusões.

Critérios de Validade de um argumento

Pelo teorema temos:

Um argumento P1, P2, ..., Pn |---- Q é VÁLIDO se e somente se a condicional:
(P1 ^ P2 ^ ...^ Pn) → Q é **tautológica.**

Métodos para testar a validade dos argumentos[2]

[2] *ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.*

Estes métodos nos permitem, por dedução (ou inferência), atribuirmos valores lógicos as premissas de um argumento para determinarmos uma conclusão verdadeira.

Também podemos utilizar diagramas lógicos caso sejam estruturas categóricas (frases formadas pelas palavras ou quantificadores: todo, algum e nenhum).

Os métodos constistem em:

1) Atribuição de valores lógicos: o método consiste na **dedução dos valores lógicos** das premissas de um argumento, a partir de um **"ponto de referência inicial"** que, geralmente, será representado pelo valor lógico de uma premissa formada por uma proposição simples. Lembramos que, para que um argumento seja válido, partiremos do pressuposto que todas as **premissas** que compõem esse argumento são, na totalidade, **verdadeiras**.

Para dedução dos valores lógicos, utilizaremos **como auxílio** a **tabela-verdade** dos conectivos.

p	q	~p	p∧q	p∨q	p⊻q	p→q	p↔q
V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V	F
F	F	V	F	F	F	V	V

Exemplo

Sejam as seguintes premissas:
P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.

Se todos os argumentos (P1,P2,P3 e P4) forem válidos, então todas premissas que compõem o argumento são necessariamente verdadeiras (V). E portanto pela **premissa simples** P4: "a rainha **fica** na masmorra"; por ser uma **proposição simples** e **verdadeira**, servirá de "referencial inicial" para a dedução dos valores lógicos das demais proposições que, também, compõem esse argumento. Teremos com isso então:

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Já sabemos que a premissa simples "a rainha fica na masmorra" é verdadeira, portanto, tal valor lógico confirmará como verdade a 1ª parte da condicional da premissa P3 (1º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Lembramos que, se a 1ª parte de uma condicional for verdadeira, implicará que a 2ª parte também deverá ser verdadeira (2º passo), já que a verdade implica outra verdade (vide a tabela-verdade da condicional). Assim teremos como valor lógico da premissa uma verdade (V).

CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Confirmando-se a proposição simples "o bárbaro usa a espada" como verdadeira (3º passo), logo, a 1ª parte da disjunção simples da premissa P1, "o bárbaro não usa a espada", será falsa (4º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Como a premissa P1 é formada por uma disjunção simples, lembramos que ela será verdadeira, se pelo menos uma de suas partes for verdadeira. Sabendo-se que sua 1ª parte é falsa, logo, a 2ª parte deverá ser, necessariamente, verdadeira (5º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Ao confirmarmos como verdadeira a proposição simples "o príncipe não foge a cavalo", então, devemos confirmar como falsa a 2ª parte da condicional "o príncipe foge a cavalo" da premissa P2 (6º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
(6º) F
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

E, por último, ao confirmar a 2ª parte de uma condicional como falsa, devemos confirmar, também, sua 1ª parte como falsa (7º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
(7º) F (6º) F
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Através da analise das premissas e atribuindo os seus valores lógicos chegamos as seguintes conclusões:

- A rainha fica na masmorra;
- O bárbaro usa a espada;

- O rei **não** fica nervoso;
- o príncipe **não** foge a cavalo.

Observe que onde as proposições são falsas (F) utilizamos o **não** para ter o seu correspondente como válido, expressando uma conclusão verdadeira.

Caso o argumento não possua uma proposição simples "ponto de referência inicial", devem-se iniciar as deduções pela conjunção, e, caso não exista tal conjunção, pela disjunção exclusiva ou pela bicondicional, caso existam.

2) Método da Tabela – Verdade: para resolvermos temos que levar em considerações dois casos.

1º caso: quando o argumento é representado por uma fómula argumentativa.

Exemplo

$A \rightarrow B \ \sim A = \sim B$

Para resolver vamos montar uma tabela dispondo todas as proposições, as premissas e as conclusões afim de chegarmos a validade do argumento.

$A \rightarrow B$
$\sim A$

$\sim B$

Casos possíveis			Premissas		Conclusão
	A	B	A → B	~A	~B
[1]	V	V	V	F	F
[2]	V	F	F	F	V
*[3]	F	V	V	V	F
[4]	F	F	V	V	V

(Fonte: http://www.marilia.unesp.br)

O caso onde as premissas **são verdadeiras e a conclusão é falsa** está sinalizada na tabela acima pelo asterisco.Observe também, na linha 4, que as premissas são verdadeiras e a conclusão é verdadeira. Chegamos através dessa análise que o argumento **não é valido.**

2º caso: quando o argumento é representado por uma sequência lógica de premissas, sendo a última sua conclusão, e é questionada a sua validade.

Exemplo:
"Se leio, então entendo. Se entendo, então não compreendo. Logo, compreendo."

P1: **Se** leio, **então** entendo.
P2: **Se** entendo, **então não** compreendo.
C: Compreendo.
Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Representando inicialmente as proposições primitivas "leio", "entendo" e "compreendo", respectivamente, por "p", "q" e "r", teremos a seguinte fórmula argumentativa:
P1: $p \rightarrow q$
P2: $q \rightarrow \sim r$
C: r

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r)] \rightarrow r \text{ ou}$$

$$\frac{\begin{array}{l} p \to q \\ q \to \sim r \end{array}}{r}$$

Montando a tabela verdade temos (vamos montar o passo a passo):

p	q	r	[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	V	V	V		V		F		V
V	V	F	V	V	V		V		V		F
V	F	V	V	F	F		F		F		V
V	F	F	V	F	F		F		V		F
F	V	V	F	V	V		V		F		V
F	V	F	F	V	V		V		V		F
F	F	V	F	V	F		F		F		V
F	F	F	F	V	F		F		V		F
			1º	2º	1º		1º		1º		1º

p	q	r	[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	V	V	V		V	F	F		V
V	V	F	V	V	V		V	V	V		F
V	F	V	V	F	F		F	V	F		V
V	F	F	V	F	F		F	V	V		F
F	V	V	F	V	V		V	F	F		V
F	V	F	F	V	V		V	V	V		F
F	F	V	F	V	F		F	V	F		V
F	F	F	F	V	F		F	V	V		F
			1º	2º	1º		1º	3º	1º		1º

p	q	r	[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	V	V	V	F	V	F	F		V
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V		F
V	F	V	V	F	F	F	F	V	F		V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	V		F
F	V	V	F	V	V	F	V	F	F		V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V		F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F		V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	V		F
			1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º		1º

p	q	r	[(p	→	q)	^	(q	→	~r)]	→	r
V	V	V	V	V	V	F	V	F	F	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	V	F	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	V	F	F
			1º	2º	1º	4º	1º	3º	1º	5º	1º

Sendo a solução (observado na 5ª resolução) uma contingência (possui valores verdadeiros e falsos), logo, esse argumento **não é válido**. Podemos chamar esse argumento de sofisma embora tenha premissas e conclusões verdadeiras.

Implicações tautológicas: a utilização da tabela verdade em alguns casos torna-se muito trabalhoso, principlamente quando o número de proposições simples que compõe o argumento é muito grande, então vamos aqui ver outros métodos que vão ajudar a provar a validade dos argumentos.

3.1 - Método da adição (AD)

$$\frac{p}{p \vee q} \text{ ou } p \rightarrow (p \vee q)$$

3.2 - Método da adição (SIMP)

1º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow p$$

2º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow q$$

3.3 - Método da conjunção (CONJ)

1º caso:

$$\frac{\begin{matrix}p\\q\end{matrix}}{p \wedge q} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

2º caso:

$$\frac{\begin{matrix}p\\q\end{matrix}}{q \wedge p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$$

3.4 - Método da absorção (ABS)

$$\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow (p \wedge q)} \text{ ou } (p \rightarrow q) \rightarrow [p \rightarrow p \wedge q)]$$

3.5 – Modus Ponens (MP)

$$\frac{\begin{matrix}p \rightarrow q\\p\end{matrix}}{q} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

3.6 – Modus Tollens (MT)

$$\frac{\begin{matrix}p \rightarrow q\\\sim q\end{matrix}}{\sim p} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

3.7 – Dilema construtivo (DC)

$$\frac{\begin{matrix}p \rightarrow q\\r \rightarrow s\\p \vee r\end{matrix}}{q \vee s} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)\,] \rightarrow (q \vee s)$$

3.8 – Dilema destrutivo (DD)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \sim q \vee \sim s \end{array}}{\sim p \vee \sim r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$$

3.9 – Silogismo disjuntivo (SD)

1º caso:

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim p \end{array}}{q} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

2º caso:

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \sim q \end{array}}{p} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

3.10 – Silogismo hipotético (SH)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \end{array}}{p \rightarrow r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

3.11 – Exportação e importação.

1º caso: Exportação

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \rightarrow r)} \text{ ou } [(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

2º caso: Importação

$$\frac{p \rightarrow (q \rightarrow r)}{(p \wedge q) \rightarrow r} \text{ ou } [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$$

Produto lógico de condicionais: este produto consiste na dedução de uma **condicional conclusiva** – que será a conclusão do argumento –, decorrente ou **resultante de várias outras premissas formadas por, apenas, condicionais**.

Ao efetuar o produto lógico, eliminam-se as proposições simples iguais que se localizam em partes opostas das condicionais que formam a premissa do argumento, resultando em uma condicional denominada condicional conclusiva. Vejamos o exemplo:

$$\times \begin{cases} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ r \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases}$$

$$\underbrace{p \rightarrow t}_{\substack{\textit{condicional} \\ \textit{conclusiva}}}$$

Nós podemos aplicar a soma lógica em alguns casos, como por exemplo:

1º caso - quando a condicional conclusiva é formada pelas proposições simples que aparecem apenas uma vez no conjunto das premissas do argumento.

Exemplo

Dado o argumento: **Se** chove, **então** faz frio. **Se** neva, **então** chove. **Se** faz frio, **então** há nuvens no céu. **Se** há nuvens no céu, **então** o dia está claro.
Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:
P1: Se chove, então faz frio.
P2: Se neva, então chove.
P3: Se faz frio, então há nuvens no céu.
P4: Se há nuvens no céu, então o dia está claro.

Vamos denotar as proposições simples:
p: chover
q: fazer frio
r: nevar
s: existir nuvens no céu
t: o dia está claro
Montando o produto lógico teremos:

$$x\begin{cases} p \to q \\ r \to p \\ q \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} \cancel{p} \to q \\ r \to \cancel{p} \\ q \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \to q \\ q \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \to \cancel{q} \\ \cancel{q} \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \to \cancel{s} \\ \cancel{s} \to t \end{cases} \Rightarrow r \to t$$

Conclusão: “Se neva, então o dia está claro”.

Observe que: As proposições simples “nevar” e “o dia está claro” só apareceram uma vez no conjunto de premissas do argumento anterior.

2º caso - quando a condicional conclusiva é formada por, **apenas**, uma proposição simples que aparece em ambas as partes da condicional conclusiva, sendo uma a negação da outra. As demais proposições simples são eliminadas pelo processo natural do produto lógico.
Neste caso, na condicional conclusiva, a 1ª parte deverá necessariamente ser FALSA, e a 2ª parte, necessariamente VERDADEIRA.

Tome Nota:
Nos dois casos anteriores, pode-se utilizar o recurso de **equivalência da contrapositiva (contraposição)** de uma condicional, para que ocorram os devidos reajustes entre as proposições simples de uma determinada condicional que resulte no produto lógico desejado.
$(p \to q) \Leftrightarrow \sim q \to \sim p$

Exemplo

Seja o argumento: **Se** Ana trabalha, **então** Beto não estuda. **Se** Carlos não viaja, **então** Beto não estuda. **Se** Carlos viaja, Ana trabalha.

Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:
P1: Se Ana trabalha, então Beto não estuda.
P2: Se Carlos não viaja, então Beto não estuda.
P3: Se Carlos viaja, Ana trabalha.
Denotando as proposições simples teremos:
p: Ana trabalha
q: Beto estuda
r: Carlos viaja
Montando o produto lógico teremos:

$$\begin{cases} p \to \sim q \\ \sim r \to \sim q \ (aplicando\ a\ contrapositiva) \\ r \to p \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{p} \to \sim q \\ q \to r \\ r \to \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{r} \to \sim q \\ q \to \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{q}_{F} \to \underbrace{\sim q}_{V}$$

Conclusão: “Beto não estuda”.

Questões

01. (Pref. Tanguá/RJ- Fiscal de Tributos – MS CONCURSOS/2017) Qual das seguintes sentenças é classificada como uma proposição simples?

(A) Será que vou ser aprovado no concurso?
(B) Ele é goleiro do Bangu.
(C) João fez 18 anos e não tirou carta de motorista.
(D) Bashar al-Assad é presidente dos Estados Unidos.

02. (IF/PA- Auxiliar de Assuntos Educacionais – IF/PA) Qual sentença a seguir é considerada uma proposição?

(A) O copo de plástico.
(B) Feliz Natal!
(C) Pegue suas coisas.
(D) Onde está o livro?
(E) Francisco não tomou o remédio.

03. (Cespe/UNB) Na lista de frases apresentadas a seguir:

• “A frase dentro destas aspas é uma mentira.”
• A expressão x + y é positiva.
• O valor de √4 + 3 = 7.
• Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira.
• O que é isto?

Há exatamente:
(A) uma proposição;
(B) duas proposições;
(C) três proposições;
(D) quatro proposições;
(E) todas são proposições.

04. (DPU – Agente Administrativo – CESPE) Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

• Quando chove, Maria não vai ao cinema.
• Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
• Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
• Quando Fernando está estudando, não chove.
• Durante a noite, faz frio.

Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.

Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

() Certo () Errado

05. (STJ – Conhecimentos Gerais para o cargo 17 – CESPE) Mariana é uma estudante que tem grande apreço pela matemática, apesar de achar essa uma área muito difícil. Sempre que tem tempo suficiente para estudar, Mariana é aprovada nas disciplinas de matemática que cursa na faculdade. Neste semestre, Mariana está cursando a disciplina chamada Introdução à Matemática Aplicada. No entanto, ela não tem tempo suficiente para estudar e não será aprovada nessa disciplina.

A partir das informações apresentadas nessa situação hipotética, julgue o item a seguir, acerca das estruturas lógicas.

Considerando-se as seguintes proposições:

p: “Se Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1, então ela aprende o conteúdo de Química Geral";

q: “Se Mariana aprende o conteúdo de Química Geral, então ela é aprovada em Química Geral";

c: “Mariana foi aprovada em Química Geral", é correto afirmar que o argumento formado pelas premissas p e q e pela conclusão c é um argumento válido.

() Certo () Errado

06. (Petrobras – Técnico (a) de Exploração de Petróleo Júnior – CESGRANRIO) Se Esmeralda é uma fada, então Bongrado é um elfo. Se Bongrado é um elfo, então Monarca é um centauro. Se Monarca é um centauro, então Tristeza é uma bruxa.

Ora, sabe-se que Tristeza não é uma bruxa, logo

(A) Esmeralda é uma fada, e Bongrado não é um elfo.
(B) Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.
(C) Bongrado é um elfo, e Monarca é um centauro.
(D) Bongrado é um elfo, e Esmeralda é uma fada
(E) Monarca é um centauro, e Bongrado não é um elfo.

Comentários

01. Resposta: D.

Analisando as alternativas temos:

(A) Frases interrogativas não são consideradas proposições.
(B) O sujeito aqui é indeterminado, logo não podemos definir quem é ele.
(C) Trata-se de uma proposição composta
(D) É uma frase declarativa onde podemos identificar o sujeito da frase e atribuir a mesma um valor lógico.

02. Resposta: E.

Analisando as alternativas temos:

(A) Não é uma oração composta de sujeito e predicado.
(B) É uma frase imperativa/exclamativa, logo não é proposição.
(C) É uma frase que expressa ordem, logo não é proposição.
(D) É uma frase interrogativa.
(E) Composta de sujeito e predicado, é uma frase declarativa e podemos atribuir a ela valores lógicos.

03. Resposta: B.

Analisemos cada alternativa:

(A) “A frase dentro destas aspas é uma mentira”, não podemos atribuir valores lógicos a ela, logo não é uma sentença lógica.
(B) A expressão x + y é positiva, não temos como atribuir valores lógicos, logo não é sentença lógica.
(C) O valor de $\sqrt{4} + 3 = 7$; é uma sentença lógica pois podemos atribuir valores lógicos, independente do resultado que tenhamos
(D) Pelé marcou dez gols para a seleção brasileira, também podemos atribuir valores lógicos (não estamos considerando a quantidade certa de gols, apenas se podemos atribuir um valor de V ou F a sentença).
(E) O que é isto? - como vemos não podemos atribuir valores lógicos por se tratar de uma frase interrogativa.

04. Resposta: Errado.

A questão trata-se de lógica de argumentação, dadas as premissas chegamos a uma conclusão. Enumerando as premissas:

A = Chove
B = Maria vai ao cinema
C = Cláudio fica em casa
D = Faz frio
E = Fernando está estudando
F = É noite

A argumentação parte que a conclusão deve ser (V)

Lembramos a tabela verdade da condicional:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A condicional só será F quando a 1ª for verdadeira e a 2ª falsa, utilizando isso temos:
O que se quer saber é: **Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando**. // B → ~E
Iniciando temos:
4º - Quando chove (F), Maria não vai ao cinema. (F) // A → ~B = V – para que o argumento seja válido temos que *Quando chove* tem que ser F.
3º - Quando Cláudio fica em casa (V), Maria vai ao cinema (V). // C → B = V - para que o argumento seja válido temos que *Maria vai ao cinema* tem que ser V.
2º - Quando Cláudio sai de casa(F), não faz frio (F). // ~C → ~D = V - para que o argumento seja válido temos que *Quando Cláudio sai de casa* tem que ser F.
5º - Quando Fernando está estudando (**V ou F**), não chove (V). // E → ~A = V. – neste caso *Quando Fernando está estudando* pode ser V ou F.
1º- Durante a noite(V), faz frio (V). // F → D = V
Logo nada podemos afirmar sobre a afirmação: **Se Maria foi ao cinema (V), então Fernando estava estudando (V ou F);** pois temos dois valores lógicos para chegarmos à conclusão (V ou F).

05. Resposta: Errado.
Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Organizando e resolvendo, temos:
A: Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1
B: Mariana aprende o conteúdo de Química Geral
C: Mariana é aprovada em Química Geral
Argumento: $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \Rightarrow C$
Vamos ver se há a possibilidade de a conclusão ser falsa e as premissas serem verdadeiras, para sabermos se o argumento é válido:
Testando C para falso:
(A → B) ∧ (B →C)
(A →B) ∧ (B → F)
Para obtermos um resultado V da 2º premissa, logo B têm que ser F:
(A → B) ∧ (B → F)
(A → F) ∧ (F → F)
(F → F) ∧ (V)
Para que a primeira premissa seja verdadeira, é preciso que o "A" seja falso:
(A → F) ∧ (V)
(F → F) ∧ (V)
(V) ∧ (V)
(V)
Então, é possível que o conjunto de premissas seja verdadeiro e a conclusão seja falsa ao mesmo tempo, o que nos leva a concluir que esse argumento não é válido.

06. Resposta: B.
Vamos analisar cada frase partindo da afirmativa Tristeza não é bruxa, considerando ela como (V), precisamos ter como conclusão o valor lógico (V), então:
(4) Se Esmeralda é uma fada(F), então Bongrado é um elfo (F) → V
(3) Se Bongrado é um elfo (F), então Monarca é um centauro (F) → V
(2) Se Monarca é um centauro(F), então Tristeza é uma bruxa(F) → V
(1) Tristeza não é uma bruxa (V)

Logo:
Temos que:
Esmeralda não é fada(V)
Bongrado não é elfo (V)
Monarca não é um centauro (V)
Como a conclusão parte da conjunção, o mesmo só será verdadeiro quando todas as afirmativas forem verdadeiras, logo, a única que contém esse valor lógico é:
Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.

3. Raciocínio sequencial

LÓGICA SEQUENCIAL OU SEQUÊNCIAS LÓGICAS

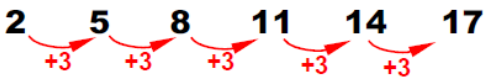
Foi pelo processo do raciocínio sequencial que ocorreu o desenvolvimento do método matemático, este considerado instrumento puramente teórico e dedutivo, que prescinde de dados empíricos. Logo, resumidamente o raciocínio pode ser considerado também um dos integrantes dos mecanismos dos processos cognitivos superiores da formação de conceitos e da solução de problemas.

Sequências Lógicas

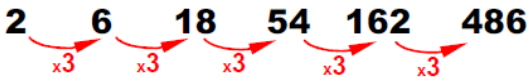
As sequências podem ser formadas por números, letras, pessoas, figuras, etc. Existem várias formas de se estabelecer uma sequência, o importante é que existem pelo menos três elementos que caracterize a lógica de sua formação, entretanto algumas séries necessitam de mais elementos para definir sua lógica.

Sequência de Números

Progressão Aritmética: Soma-se constantemente um mesmo número.



Progressão Geométrica: Multiplica-se constantemente um mesmo número.



Incremento em Progressão: O valor somado é que está em progressão.



Série de Fibonacci: Cada termo é igual à soma dos dois anteriores.

1 1 2 3 5 8 13

Números Primos: Naturais que possuem apenas dois divisores naturais.

2 3 5 7 11 13 17

Quadrados Perfeitos: Números naturais cujas raízes são naturais.

1 4 9 16 25 36 49

Sequência de Letras

As sequências de letras podem estar associadas a uma série de números ou não. Em geral, devemos escrever todo o alfabeto (observando se deve, ou não, contar com k, y e w) e circular as letras dadas para entender a lógica proposta.

A C F J O U

Observe que foram saltadas 1, 2, 3, 4 e 5 letras e esses números estão em progressão.

A** B **C** D E **F** G H I **J** K L M N **O** P Q R S T **U

B1 2F H4 8L N16 32R T64

Nesse caso, associou-se letras e números (potências de 2), alternando a ordem. As letras saltam 1, 3, 1, 3, 1, 3 e 1 posições.

*A **B** C D E **F** G **H** I J K **L** M **N** O P Q **R** S **T***

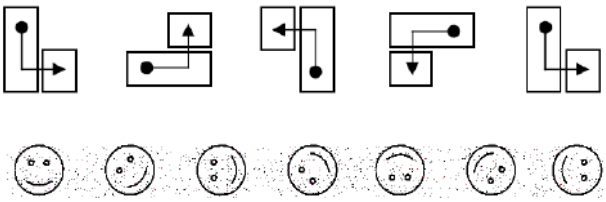
Sequência de Pessoas

Na série a seguir, temos sempre um homem seguido de duas mulheres, ou seja, aqueles que estão em uma posição múltipla de três (3º, 6º, 9º, 12º, ...) serão mulheres e a posição dos braços sempre alterna, ficando para cima em uma posição múltipla de dois (2º, 4º, 6º, 8º, ...). Sendo assim, a sequência se repete a cada seis termos, tornando possível determinar quem estará em qualquer posição.



Sequência de Figuras

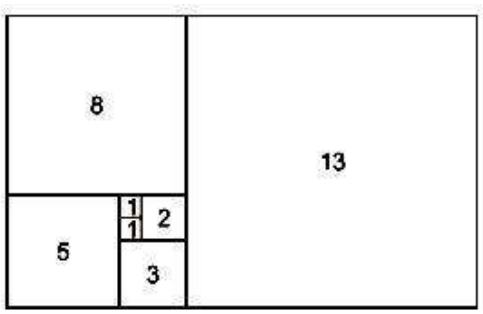
Esse tipo de sequência pode seguir o mesmo padrão visto na sequência de pessoas ou simplesmente sofrer rotações, como nos exemplos a seguir.



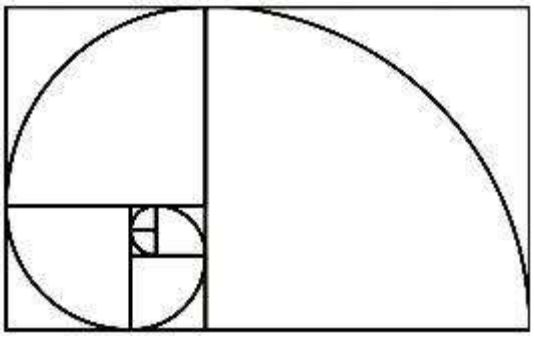
Sequência de Fibonacci

O matemático Leonardo Pisa, conhecido como Fibonacci, propôs no século XIII, a sequência numérica: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …). Essa sequência tem uma lei de formação simples: cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores. Veja: 1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5 e assim por diante. Desde o século XIII, muitos matemáticos, além do próprio Fibonacci, dedicaram-se ao estudo da sequência que foi proposta, e foram encontradas inúmeras aplicações para ela no desenvolvimento de modelos explicativos de fenômenos naturais.

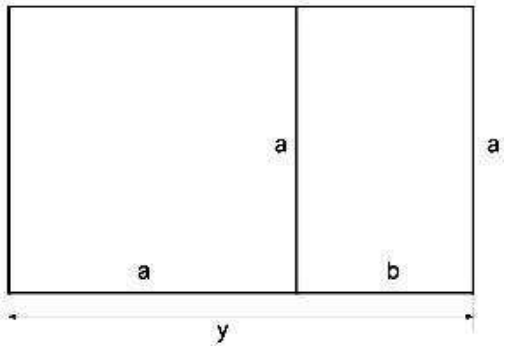
Veja alguns exemplos das aplicações da sequência de Fibonacci e entenda porque ela é conhecida como uma das maravilhas da Matemática. A partir de dois quadrados de lado 1, podemos obter um retângulo de lados 2 e 1. Se adicionarmos a esse retângulo um quadrado de lado 2, obtemos um novo retângulo 3 x 2. Se adicionarmos agora um quadrado de lado 3, obtemos um retângulo 5 x 3. Observe a figura a seguir e veja que os lados dos quadrados que adicionamos para determinar os retângulos formam a sequência de Fibonacci.



Se utilizarmos um compasso e traçarmos o quarto de circunferência inscrito em cada quadrado, encontraremos uma espiral formada pela concordância de arcos cujos raios são os elementos da sequência de Fibonacci.



O Partenon que foi construído em Atenas pelo célebre arquiteto grego Fidias. A fachada principal do edifício, hoje em ruínas, era um retângulo que continha um quadrado de lado igual à altura. Essa forma sempre foi considerada satisfatória do ponto de vista estético por suas proporções sendo chamada *retângulo áureo* ou *retângulo de ouro*.



Como os dois retângulos indicados na figura são semelhantes temos: $\frac{y}{a} = \frac{a}{b}$ (1).

Como: b = y – a (2).
Substituindo (2) em (1) temos: $y^2 – ay – a^2 = 0$.
Resolvendo a equação:

$y = \frac{a(1 \pm \sqrt{5}}{2}$ em que $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0\right)$ não convém.

Logo: $\frac{y}{a} = \frac{(1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398875$

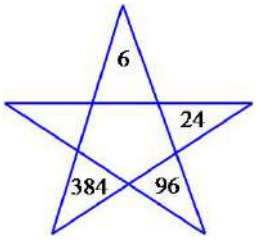
Esse número é conhecido como número de ouro e pode ser representado por:

$$\theta = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Todo retângulo e que a razão entre o maior e o menor lado for igual a θ é chamado retângulo áureo como o caso da fachada do Partenon.

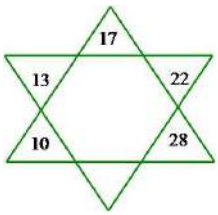
As figuras a seguir possuem números que representam uma sequência lógica. Veja os exemplos:

Exemplo 1



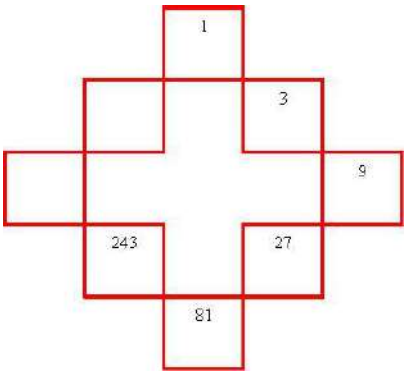
A sequência numérica proposta envolve multiplicações por 4.
6 x 4 = 24
24 x 4 = 96
96 x 4 = 384
384 x 4 = 1536

Exemplo 2



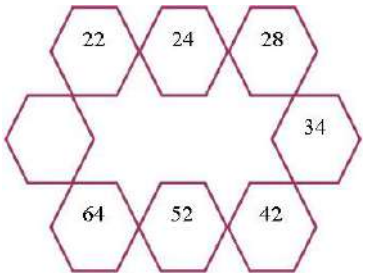
A diferença entre os números vai aumentando 1 unidade.
13 – 10 = 3
17 – 13 = 4
22 – 17 = 5
28 – 22 = 6
35 – 28 = 7

Exemplo 3



Multiplicar os números sempre por 3.
1 x 3 = 3
3 x 3 = 9
9 x 3 = 27
27 x 3 = 81
81 x 3 = 243
243 x 3 = 729
729 x 3 = 2187

Exemplo 4

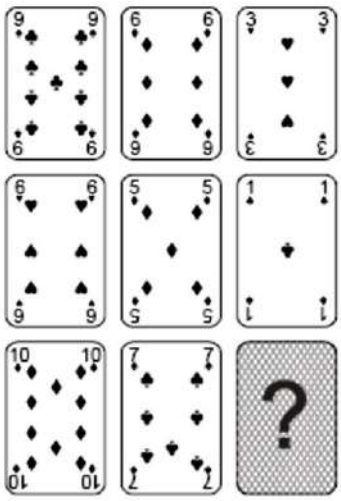


A diferença entre os números vai aumentando 2 unidades.
24 – 22 = 2
28 – 24 = 4
34 – 28 = 6
42 – 34 = 8
52 – 42 = 10

64 – 52 = 12
78 – 64 = 14

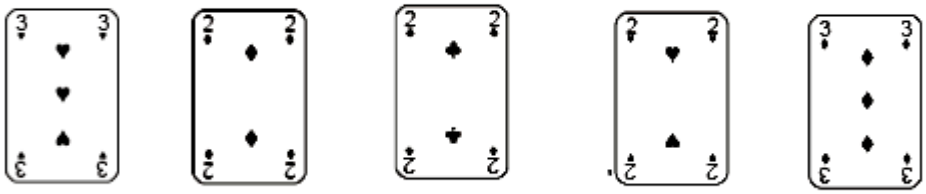
Questões

01. Observe atentamente a disposição das cartas em cada linha do esquema seguinte:

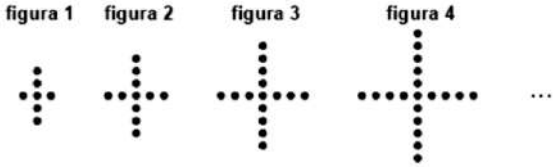


A carta que está oculta é:

(A) (B) (C) D) E)



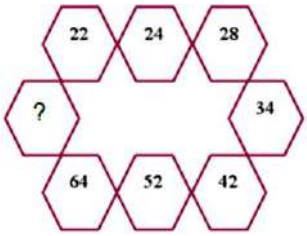
02. Considere que a sequência de figuras foi construída segundo um certo critério.



Se tal critério for mantido, para obter as figuras subsequentes, o total de pontos da figura de número 15 deverá ser:
(A) 69
(B) 67
(C) 65
(D) 63
(E) 61

03. O próximo número dessa sequência lógica é: *1000, 990, 970, 940, 900, 850, ...*
(A) 800
(B) 790
(C) 780
(D) 770

04. Na sequência lógica de números representados nos hexágonos, da figura abaixo, observa-se a ausência de um deles que pode ser:



(A) 76
(B) 10
(C) 20
(D) 78

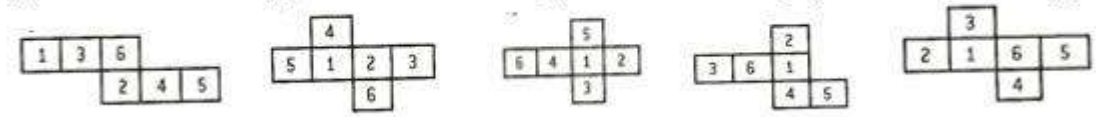
05. Uma criança brincando com uma caixa de palitos de fósforo constrói uma sequência de quadrados conforme indicado abaixo:



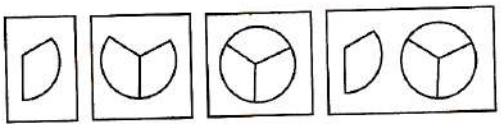
Quantos palitos ele utilizou para construir a 7ª figura?
(A) 20 palitos
(B) 25 palitos
(C) 28 palitos
(D) 22 palitos

06. Ana fez diversas planificações de um cubo e escreveu em cada um, números de 1 a 6. Ao montar o cubo, ela deseja que a soma dos números marcados nas faces opostas seja 7. A única alternativa cuja figura representa a planificação desse cubo tal como deseja Ana é:

(A) (B) (C) (D) (E)

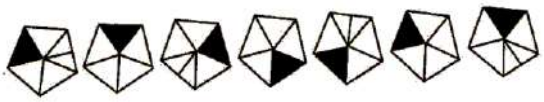


07. As figuras da sequência dada são formadas por partes iguais de um círculo.



Continuando essa sequência, obtém-se exatamente 16 círculos completos na:
(A) 36ª figura
(B) 48ª figura
(C) 72ª figura
(D) 80ª figura
(E) 96ª figura

08. Analise a sequência a seguir:



Admitindo-se que a regra de formação das figuras seguintes permaneça a mesma, pode-se afirmar que a figura que ocuparia a 277ª posição dessa sequência é:

(A) (B) (C) (D) (E)



09. Observe a sequência: *2, 10, 12, 16, 17, 18, 19*, ... Qual é o próximo número?
(A) 20
(B) 21
(C) 100
(D) 200

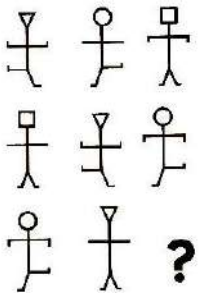
10. Observe a sequência: *3,13, 30, ...* Qual é o próximo número?
(A) 4
(B) 20
(C) 31
(D) 21

11. Os dois pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.

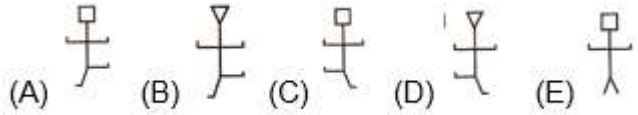
LACRAÇÃO → cal
AMOSTRA → soma
LAVRAR → ?

Segundo o mesmo critério, a palavra que deverá ocupar o lugar do ponto de interrogação é:
(A) alar
(B) rala
(C) ralar
(D) larva
(E) arval

12. Observe que as figuras abaixo foram dispostas, linha a linha, segundo determinado padrão.



Segundo o padrão estabelecido, a figura que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

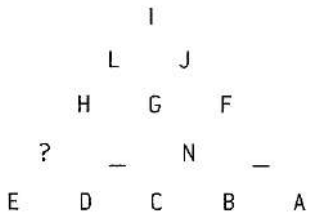


13. Observe que na sucessão seguinte os números foram colocados obedecendo a uma lei de formação.

4	8	5	X	7	14	11
4	12	10	Y	28	84	82

Os números X e Y, obtidos segundo essa lei, são tais que *X + Y* é igual a:
(A) 40
(B) 42
(C) 44
(D) 46
(E) 48

14. A figura abaixo representa algumas letras dispostas em forma de triângulo, segundo determinado critério.



Considerando que na ordem alfabética usada são excluídas as letra *"K", "W"* e *"Y"*, a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

(A) P
(B) O
(C) N
(D) M
(E) L

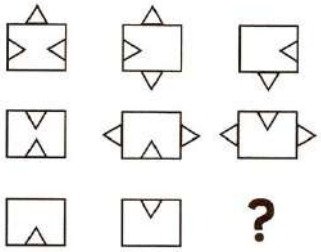
15. Considere que a sequência seguinte é formada pela sucessão natural dos números inteiros e positivos, sem que os algarismos sejam separados.

12345678910111213141516171819 20...

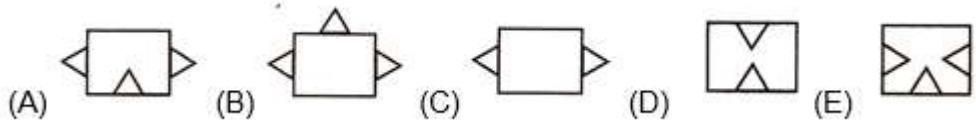
O algarismo que deve aparecer na 276ª posição dessa sequência é:

(A) 9
(B) 8
(C) 6
(D) 3
(E) 1

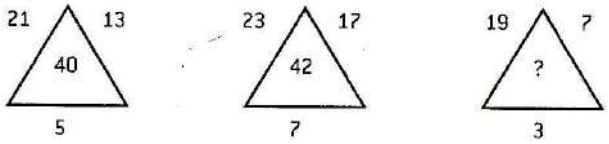
16. Em cada linha abaixo, as três figuras foram desenhadas de acordo com determinado padrão.



Segundo esse mesmo padrão, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é:



17. Observe que, na sucessão de figuras abaixo, os números que foram colocados nos dois primeiros triângulos obedecem a um mesmo critério.



Para que o mesmo critério seja mantido no triângulo da direita, o número que deverá substituir o ponto de interrogação é:

(A) 32
(B) 36

(C) 38
(D) 42
(E) 46

18. Considere a seguinte sequência infinita de números: *3, 12, 27, __, 75, 108, ...* O número que preenche adequadamente a quarta posição dessa sequência é:
(A) 36,
(B) 40,
(C) 42,
(D) 44,
(E) 48

19. Observando a sequência (1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{20}$, ...) o próximo número será:
(A) $\frac{1}{24}$

(B) $\frac{1}{30}$

(C) $\frac{1}{36}$

(D) $\frac{1}{40}$

20. Considere a sequência abaixo:

BBB	*BXB*	*XXB*
XBX	*XBX*	*XBX*
BBB	*BXB*	*BXX*

O padrão que completa a sequência é:

(A)
XXX
XXX
XXX

(B)
XXB
XBX
BXX

(C)
XXX
XXX
XXB

(D)
XXX
XBX
XXX

(E)
XXX
XBX
BXX

21. Na série de Fibonacci, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. Sabendo-se que os dois primeiros termos, por definição, são 0 e 1, o sexto termo da série é:
(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

22. Nosso código secreto usa o alfabeto *A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z*. Do seguinte modo: cada letra é substituída pela letra que ocupa a quarta posição depois dela. Então, o *"A"* vira *"E"*, o *"B"* vira *"F"*, o *"C"* vira *"G"* e assim por diante. O código é "circular", de modo que o *"U"* vira *"A"* e assim por diante. Recebi uma mensagem em código que dizia: BSA HI EDAP. Decifrei o código e li:
(A) FAZ AS DUAS;
(B) DIA DO LOBO;
(C) RIO ME QUER;
(D) VIM DA LOJA;
(E) VOU DE AZUL.

23. A sentença "*Social está para laicos assim como 231678 está para...*" é melhor completada por:
(A) 326187;
(B) 876132;
(C) 286731;
(D) 827361;
(E) 218763.

24. A sentença "*Salta está para Atlas assim como 25435 está para...*" é melhor completada pelo seguinte número:
(A) 53452;
(B) 23455;
(C) 34552;
(D) 43525;
(E) 53542.

25. Repare que com um número de 5 algarismos, respeitada a ordem dada, podem-se criar 4 números de dois algarismos. Por exemplo: de 34.712, podem-se criar o 34, o 47, o 71 e o 12. Procura-se um número de 5 algarismos formado pelos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8, sem repetição. Veja abaixo alguns números desse tipo e, ao lado de cada um deles, a quantidade de números de dois algarismos que esse número tem em comum com o número procurado.

Número dado	***Quantidade de números de 2 algarismos em comum***
48.765	1
86.547	0
87.465	2
48.675	1

O número procurado é:
(A) 87456
(B) 68745
(C) 56874
(D) 58746
(E) 46875

26. Considere que os símbolos ♦ e ♣ que aparecem no quadro seguinte, substituem as operações que devem ser efetuadas em cada linha, a fim de se obter o resultado correspondente, que se encontra na coluna da extrema direita.

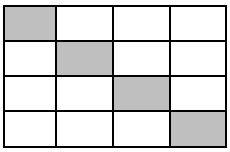
36	♦	4	♣	5	=	14
48	♦	6	♣	9	=	17
54	♦	9	♣	7	=	?

Para que o resultado da terceira linha seja o correto, o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número:
(A) 16
(B) 15
(C) 14
(D) 13
(E) 12

27. Segundo determinado critério, foi construída a sucessão seguinte, em que cada termo é composto de um número seguido de uma letra: A1 – E2 – B3 – F4 – C5 – G6 – Considerando que no alfabeto usado são excluídas as letras K, Y e W, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deverá anteceder o número 12 é:
(A) J
(B) L
(C) M

(D) N
(E) O

28. Os nomes de quatro animais – MARÁ, PERU, TATU e URSO – devem ser escritos nas linhas da tabela abaixo, de modo que cada uma das suas respectivas letras ocupe um quadrinho e, na diagonal sombreada, possa ser lido o nome de um novo animal.



Excluídas do alfabeto as letras K, W e Y e fazendo cada letra restante corresponder ordenadamente aos números inteiros de 1 a 23 (ou seja, A = 1, B = 2, C = 3,..., Z = 23), a soma dos números que correspondem às letras que compõem o nome do animal é:
(A) 37
(B) 39
(C) 45
(D) 49
(E) 51

Nas questões ***29*** e ***30***, observe que há uma relação entre o primeiro e o segundo grupos de letras. A mesma relação deverá existir entre o terceiro grupo e um dos cinco grupos que aparecem nas alternativas, ou seja, aquele que substitui corretamente o ponto de interrogação. Considere que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y.

29. CASA: LATA: LOBO:?
(A) SOCO
(B) TOCO
(C) TOMO
(D) VOLO
(E) VOTO

30. ABCA: DEFD: HIJH:?
(A) IJLI
(B) JLMJ
(C) LMNL
(D) FGHF
(E) EFGE

31. Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação (*0, 1, 3, 4, 12, 13, ...*). Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número:
(A) Menor que 200.
(B) Compreendido entre 200 e 400.
(C) Compreendido entre 500 e 700.
(D) Compreendido entre 700 e 1.000.
(E) Maior que 1.000.

Para responder às questões de números ***32*** e ***33***, você deve observar que, em cada um dos dois primeiros pares de palavras dadas, a palavra da direita foi obtida da palavra da esquerda segundo determinado critério. Você deve descobrir esse critério e usá-lo para encontrar a palavra que deve ser colocada no lugar do ponto de interrogação.

32. Ardoroso → rodo
Dinamizar → mina
Maratona → ?
(A) mana
(B) toma

(C) tona
(D) tora
(E) rato

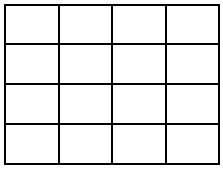
33. Arborizado → azar
Asteroide → dias
Articular → ?
(A) luar
(B) arar
(C) lira
(D) luta
(E) rara

34. Preste atenção nesta sequência lógica e identifique quais os números que estão faltando: *1, 1, 2, __, 5, 8, __,21, 34, 55, __, 144, __...*

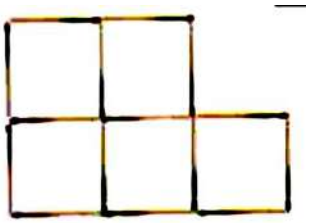
35. Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas à noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço?

36. Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas?

37. Quantos quadrados existem na figura abaixo?



38. Retire três palitos e obtenha apenas três quadrados.



39. Qual será o próximo símbolo da sequência abaixo?



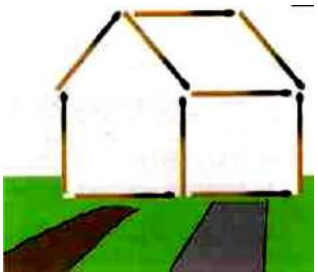
40. Reposicione dois palitos e obtenha uma figura com cinco quadrados iguais.



41. Observe as multiplicações a seguir:
12.345.679 × 18 = 222.222.222
12.345.679 × 27 = 333.333.333
... ...
12.345.679 × 54 = 666.666.666

Para obter *999.999.999* devemos multiplicar *12.345.679* por quanto?

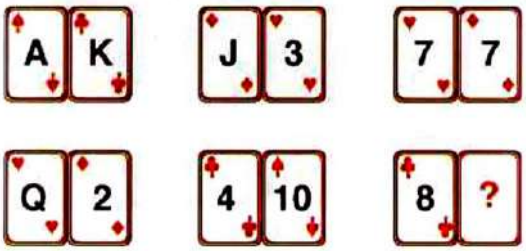
42. Esta casinha está de frente para a estrada de terra. Mova dois palitos e faça com que fique de frente para a estrada asfaltada.



43. Remova dois palitos e deixe a figura com dois quadrados.



44. As cartas de um baralho foram agrupadas em pares, segundo uma relação lógica. Qual é a carta que está faltando, sabendo que K vale 13, Q vale 12, J vale 11 e A vale 1?



45. Mova um palito e obtenha um quadrado perfeito.



46. Qual o valor da pedra que deve ser colocada em cima de todas estas para completar a sequência abaixo?



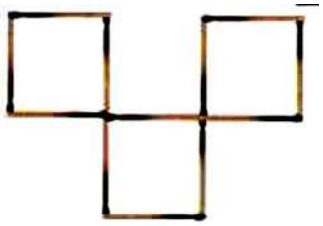
47. Mova três palitos nesta figura para obter cinco triângulos.



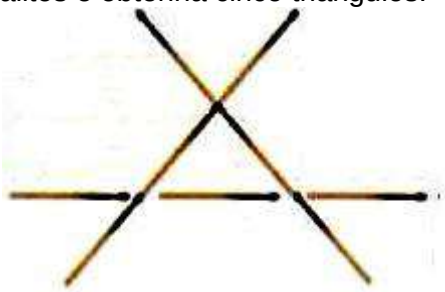
48. Tente dispor 6 moedas em 3 fileiras de modo que em cada fileira fiquem apenas 3 moedas.



49. Reposicione três palitos e obtenha cinco quadrados.



50. Mude a posição de quatro palitos e obtenha cinco triângulos.



Respostas

01. Resposta: A.

A diferença entre os números estampados nas cartas 1 e 2, em cada linha, tem como resultado o valor da 3ª carta e, além disso, o naipe não se repete. Assim, a 3ª carta, dentro das opções dadas só pode ser a da opção (A).

02. Resposta: D.

Observe que, tomando o eixo vertical como eixo de simetria, tem-se:
Na figura 1: 01 ponto de cada lado → 02 pontos no total.
Na figura 2: 02 pontos de cada lado → 04 pontos no total.
Na figura 3: 03 pontos de cada lado → 06 pontos no total.
Na figura 4: 04 pontos de cada lado → 08 pontos no total.
Na figura n: n pontos de cada lado → 2.n pontos no total.

Em particular:
Na figura 15: 15 pontos de cada lado → 30 pontos no total.

Agora, tomando o eixo horizontal como eixo de simetria, tem-se:
Na figura 1: 02 pontos acima e abaixo → 04 pontos no total.
Na figura 2: 03 pontos acima e abaixo → 06 pontos no total.
Na figura 3: 04 pontos acima e abaixo → 08 pontos no total.
Na figura 4: 05 pontos acima e abaixo → 10 pontos no total.
Na figura n: (n+1) pontos acima e abaixo → 2.(n+1) pontos no total.

Em particular:

Na figura 15: 16 pontos acima e abaixo → 32 pontos no total. Incluindo o ponto central, que ainda não foi considerado, temos para total de pontos da figura 15: Total de pontos = 30 + 32 + 1 = 63 pontos.

03. Resposta: B.

Nessa sequência, observamos que a diferença: entre 1000 e 990 é 10, entre 990 e 970 é 20, entre o 970 e 940 é 30, entre 940 e 900 é 40, entre 900 e 850 é 50, portanto entre 850 e o próximo número é 60, dessa forma concluímos que o próximo número é 790, pois: 850 – 790 = 60.

04. Resposta: D.

Nessa sequência lógica, observamos que a diferença: entre 24 e 22 é 2, entre 28 e 24 é 4, entre 34 e 28 é 6, entre 42 e 34 é 8, entre 52 e 42 é 10, entre 64 e 52 é 12, portanto entre o próximo número e 64 é 14, dessa forma concluímos que o próximo número é 78, pois: 76 – 64 = 14.

05. Resposta: D.

Observe a tabela:

Figuras	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
N° de Palitos	4	7	10	13	16	19	22

Temos de forma direta, pela contagem, a quantidade de palitos das três primeiras figuras. Feito isto, basta perceber que cada figura a partir da segunda tem a quantidade de palitos da figura anterior acrescida de 3 palitos. Desta forma, fica fácil preencher o restante da tabela e determinar a quantidade de palitos da 7ª figura.

06. Resposta: A.

Na figura apresentada na letra “B”, não é possível obter a planificação de um lado, pois o 4 estaria do lado oposto ao 6, somando 10 unidades. Na figura apresentada na letra “C”, da mesma forma, o 5 estaria em face oposta ao 3, somando 8, não formando um lado. Na figura da letra “D”, o 2 estaria em face oposta ao 4, não determinando um lado. Já na figura apresentada na letra “E”, o 1 não estaria em face oposta ao número 6, impossibilitando, portanto, a obtenção de um lado. Logo, podemos concluir que a planificação apresentada na letra “A” é a única para representar um lado.

07. Resposta: B.

Como na 3ª figura completou-se um círculo, para completar 16 círculos é suficiente multiplicar 3 por 16: 3. 16 = 48. Portanto, na 48ª figura existirão 16 círculos.

08. Resposta: B.

A sequência das figuras completa-se na 5ª figura. Assim, continua-se a sequência de 5 em 5 elementos. A figura de número 277 ocupa, então, a mesma posição das figuras que representam número 5n + 2, com $n \in N$. Ou seja, a 277ª figura corresponde à 2ª figura, que é representada pela letra “B”.

09. Resposta: D.

A regularidade que obedece a sequência acima não se dá por padrões numéricos e sim pela letra que inicia cada número. “Dois, Dez, Doze, Dezesseis, Dezessete, Dezoito, Dezenove, ... Enfim, o próximo só pode iniciar também com “D”: Duzentos.

10. Resposta: C.

Esta sequência é regida pela inicial de cada número. Três, Treze, Trinta, ... O próximo só pode ser o número Trinta e um, pois ele inicia com a letra “T”.

11. Resposta: E.

Na 1ª linha, a palavra CAL foi retirada das 3 primeiras letras da palavra LACRAÇÃO, mas na ordem invertida. Da mesma forma, na 2ª linha, a palavra SOMA é retirada da palavra AMOSTRA, pelas 4 primeiras letras invertidas. Com isso, da palavra LAVRAR, ao se retirarem as 5 primeiras letras, na ordem invertida, obtém-se ARVAL.

12. Resposta: C.

Em cada linha apresentada, as cabeças são formadas por quadrado, triângulo e círculo. Na 3ª linha já há cabeças com círculo e com triângulo. Portanto, a cabeça da figura que está faltando é um quadrado.

As mãos das figuras estão levantadas, em linha reta ou abaixadas. Assim, a figura que falta deve ter as mãos levantadas (é o que ocorre em todas as alternativas). As figuras apresentam as 2 pernas ou abaixadas, ou 1 perna levantada para a esquerda ou 1 levantada para a direita. Nesse caso, a figura que está faltando na 3ª linha deve ter 1 perna levantada para a esquerda. Logo, a figura tem a cabeça quadrada, as mãos levantadas e a perna erguida para a esquerda.

13. Resposta: A.

Existem duas leis distintas para a formação: uma para a parte superior e outra para a parte inferior. Na parte superior, tem-se que: do 1º termo para o 2º termo, ocorreu uma multiplicação por 2; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 3 unidades. Com isso, *X* é igual a 5 multiplicado por 2, ou seja, *X* = 10. Na parte inferior, tem-se: do 1º termo para o 2º termo ocorreu uma multiplicação por 3; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 2 unidades. Assim, *Y* é igual a 10 multiplicado por 3, isto é, *Y* = 30. Logo, *X* + *Y* = 10 + 30 = 40.

14. Resposta: A.

A sequência do alfabeto inicia-se na extremidade direita do triângulo, pela letra “A”; aumenta a direita para a esquerda; continua pela 3ª e 5ª linhas; e volta para as linhas pares na ordem inversa – pela 4ª linha até a 2ª linha. Na 2ª linha, então, as letras são, da direita para a esquerda, “M”, “N”, “O”, e a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é a letra “P”.

15. Resposta: B.

A sequência de números apresentada representa a lista dos números naturais. Mas essa lista contém todos os algarismos dos números, sem ocorrer a separação. Por exemplo: ***101112*** representam os números 10, 11 e 12. Com isso, do número 1 até o número 9 existem 9 algarismos. Do número 10 até o número 99 existem: 2 x 90 = 180 algarismos. Do número 100 até o número 124 existem: 3 x 25 = 75 algarismos. E do número 124 até o número 128 existem mais 12 algarismos. Somando todos os valores, tem-se: 9 + 180 + 75 + 12 = 276 algarismos. Logo, conclui-se que o algarismo que ocupa a 276ª posição é o número 8, que aparece no número 128.

16. Resposta: D.

Na 1ª linha, internamente, a 1ª figura possui 2 “orelhas”, a 2ª figura possui 1 “orelha” no lado esquerdo e a 3ª figura possui 1 “orelha” no lado direito. Esse fato acontece, também, na 2ª linha, mas na parte de cima e na parte de baixo, internamente em relação às figuras. Assim, na 3ª linha ocorrerá essa regra, mas em ordem inversa: é a 3ª figura da 3ª linha que terá 2 “orelhas” internas, uma em cima e outra em baixo. Como as 2 primeiras figuras da 3ª linha não possuem “orelhas” externas, a 3ª figura também não terá orelhas externas. Portanto, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é a 4ª.

17. Resposta: B.

No 1º triângulo, o número que está no interior do triângulo dividido pelo número que está abaixo é igual à diferença entre o número que está à direita e o número que está à esquerda do triângulo: 40 : 5 = 21 - 13 = 8.

A mesma regra acontece no 2º triângulo: 42 ÷ 7 = 23 - 17 = 6.

Assim, a mesma regra deve existir no 3º triângulo:

? ÷ 3 = 19 – 7

? ÷ 3 = 12

? = 12 x 3 = 36.

18. Resposta: E.

Verifique os intervalos entre os números que foram fornecidos. Dado os números 3, 12, 27, __, 75, 108, obteve-se os seguintes 9, 15, __, __, 33 intervalos. Observe que 3x3, 3x5, 3x7, 3x9, 3x11. Logo 3x7 = 21 e 3x 9 = 27. Então: 21 + 27 = 48.

19. Resposta: B.

Observe que o numerador é fixo, mas o denominador é formado pela sequência:

Primeiro	*Segundo*	*Terceiro*	*Quarto*	*Quinto*	*Sexto*
1	1 x 2 = 2	2 x 3 = 6	3 x 4 = 12	4 x 5 = 20	5 x 6 = 30

20. Resposta: D.

O que de início devemos observar nesta questão é a quantidade de *B* e de *X* em cada figura. Vejamos:

BBB	*BXB*	*XXB*
XBX	*XBX*	*XBX*
BBB	*BXB*	*BXX*
7B e 2X	***5B e 4X***	***3B e 6X***

Vê-se, que os *"B"* estão diminuindo de 2 em 2 e que os *"X"* estão aumentando de 2 em 2; notem também que os *"B"* estão sendo retirados um na parte de cima e um na parte de baixo e os *"X"* da mesma forma, só que não estão sendo retirados, estão, sim, sendo colocados. Logo a 4ª figura é:

XXX
XBX
XXX
1B e 8X

21. Resposta: D.

Montando a série de Fibonacci temos: *0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...* A resposta da questão é a alternativa *"D"*, pois como a questão nos diz, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. 2 + 3 = 5

22. Resposta: E.

A questão nos informa que ao se escrever alguma mensagem, cada letra será substituída pela letra que ocupa a quarta posição, além disso, nos informa que o código é "circular", de modo que a letra *"U"* vira *"A"*. Para decifrarmos, temos que perceber a posição do emissor e do receptor. O emissor ao escrever a mensagem conta quatro letras à frente para representar a letra que realmente deseja, enquanto que o receptor, deve fazer o contrário, contar quatro letras atrás para decifrar cada letra do código. No caso, nos foi dada a frase para ser decifrada, vê-se, pois, que, na questão, ocupamos a posição de receptores. Vejamos a mensagem: BSA HI EDAP. Cada letra da mensagem representa a quarta letra anterior de modo que:

VxzaB: B na verdade é V;
OpqrS: S na verdade é O;
UvxzA: A na verdade é U;
DefgH: H na verdade é D;
EfghI: I na verdade é E;
AbcdE: E na verdade é A;
ZabcD: D na verdade é Z;
UvxaA: A na verdade é U;
LmnoP: P na verdade é L;

23. Resposta: B.

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra e, em seguida, nos traz uma sequência numérica. É perguntado qual sequência numérica tem a mesma ralação com a sequência numérica fornecida, de maneira que, a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas, podemos perceber facilmente que têm cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Tal ordem, nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SOCIAL vira LAICOS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida, temos: 231678 viram 876132, sendo esta a resposta.

24. Resposta: A.

A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra, e em seguida, nos traz uma sequência numérica. Foi perguntado qual a sequência numérica que tem relação com a já dada de maneira que a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas podemos perceber facilmente que tem cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Essa ordem diferente nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SALTA vira ATLAS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida temos: 25435 vira 53452, sendo esta a resposta.

25. Resposta: E.

Pelo número 86.547, tem-se que 86, 65, 54 e 47 não acontecem no número procurado. Do número 48.675, as opções 48, 86 e 67 não estão em nenhum dos números apresentados nas alternativas. Portanto, nesse número a coincidência se dá no número 75. Como o único número apresentado nas alternativas que possui a sequência 75 é 46.875, tem-se, então, o número procurado.

26. Resposta: D.

O primeiro símbolo representa a divisão e o 2º símbolo representa a soma. Portanto, na 1ª linha, tem-se: 36 ÷ 4 + 5 = 9 + 5 = 14. Na 2ª linha, tem-se: 48 ÷ 6 + 9 = 8 + 9 = 17. Com isso, na 3ª linha, ter-se-á: 54 ÷ 9 + 7 = 6 + 7 = 13. Logo, podemos concluir então que o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número 13.

27. Resposta: A.

As letras que acompanham os números ímpares formam a sequência normal do alfabeto. Já a sequência que acompanha os números pares inicia-se pela letra *"E"*, e continua de acordo com a sequência normal do alfabeto: 2ª letra: E, 4ª letra: F, 6ª letra: G, 8ª letra: H, 10ª letra: I e 12ª letra: J.

28. Resposta: D.

Escrevendo os nomes dos animais apresentados na lista – MARÁ, PERU, TATU e URSO, na seguinte ordem: PERU, MARÁ, TATU e URSO, obtém-se na tabela:

P	E	R	U
M	A	R	A
T	A	T	U
U	R	S	O

O nome do animal é PATO. Considerando a ordem do alfabeto, tem-se: P = 15, A = 1, T = 19 e 0 = 14. Somando esses valores, obtém-se: 15 + 1 + 19 + 14 = 49.

29. Resposta: B.

Na 1ª e na 2ª sequências, as vogais são as mesmas: letra "A". Portanto, as vogais da 4ª sequência de letras deverão ser as mesmas da 3ª sequência de letras: "O". A 3ª letra da 2ª sequência é a próxima letra do alfabeto depois da 3ª letra da 1ª sequência de letras. Portanto, na 4ª sequência de letras, a 3ª letra é a próxima letra depois de "B", ou seja, a letra "C". Em relação à primeira letra, tem-se uma diferença de 7 letras entre a 1ª letra da 1ª sequência e a 1ª letra da 2ª sequência. Portanto, entre a 1ª letra da 3ª sequência e a 1ª letra da 4ª sequência, deve ocorrer o mesmo fato. Com isso, a 1ª letra da 4ª sequência é a letra "T". Logo, a 4ª sequência de letras é: T, O, C, O, ou seja, TOCO.

30. Resposta: C.

Na 1ª sequência de letras, ocorrem as 3 primeiras letras do alfabeto e, em seguida, volta-se para a 1ª letra da sequência. Na 2ª sequência, continua-se da 3ª letra da sequência anterior, formando-se DEF, voltando-se novamente, para a 1ª letra desta sequência: D. Com isto, na 3ª sequência, têm-se as letras HIJ, voltando-se para a 1ª letra desta sequência: H. Com isto, a 4ª sequência iniciará pela letra L, continuando por M e N, voltando para a letra L. Logo, a 4ª sequência da letra é: LMNL.

31. Resposta: E.

Do 1º termo para o 2º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade. Do 2º termo para o 3º termo, ocorreu a multiplicação do termo anterior por 3. E assim por diante, até que para o 7º termo temos 13 . 3 = 39. 8º termo = 39 + 1 = 40. 9º termo = 40 . 3 = 120. 10º termo = 120 + 1 = 121. 11º termo = 121 . 3 = 363. 12º termo = 363 + 1 = 364. 13º termo = 364 . 3 = 1.092. Portanto, podemos concluir que o 13º termo da sequência é um número maior que 1.000.

32. Resposta: D.

Da palavra "*ardoroso*", retiram-se as sílabas "*do*" e "*ro*" e inverteu-se a ordem, definindo-se a palavra "rodo". Da mesma forma, da palavra "*dinamizar*", retiram-se as sílabas "*na*" e "*mi*", definindo-se a palavra "*mina*". Com isso, podemos concluir que da palavra "*maratona*". Deve-se retirar as sílabas "*ra*" e "*to*", criando-se a palavra "*tora*".

33. Resposta: A.

Na primeira sequência, a palavra "*azar*" é obtida pelas letras "*a*" e "*z*" em sequência, mas em ordem invertida. Já as letras "*a*" e "*r*" são as 2 primeiras letras da palavra "*arborizado*". A palavra "*dias*" foi obtida da mesma forma: As letras "*d*" e "*i*" são obtidas em sequência, mas em ordem invertida. As letras "*a*" e "*s*" são as 2 primeiras letras da palavra "*asteroides*". Com isso, para a palavras "*articula*r", considerando as letras "*i*" e "*u*", que estão na ordem invertida, e as 2 primeiras letras, obtém-se a palavra "*luar*".

34. O nome da sequência é Sequência de Fibonacci. O número que vem é sempre a soma dos dois números imediatamente atrás dele. A sequência correta é: *1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...*

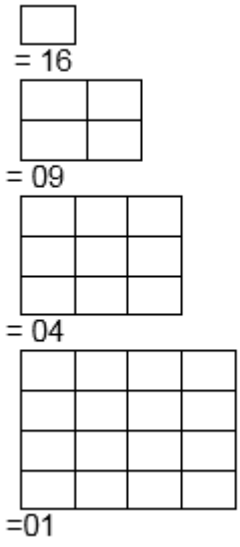
35.

Dia	***Subida***	***Descida***
1º	2m	1m
2º	3m	2m
3º	4m	3m
4º	5m	4m
5º	6m	5m
6º	7m	6m
7º	8m	7m
8º	9m	8m
9º	10m	----

Portanto, depois de 9 dias ela chegará na saída do poço.

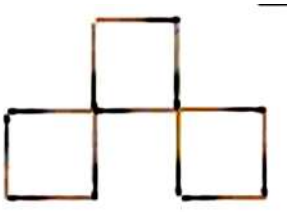
36. 09 – 19 – 29 – 39 – 49 – 59 – 69 – 79 – 89 – 90 – 91 – 92 – 93 – 94 – 95 – 96 – 97 – 98 – 99. Portanto, são necessários 20 algarismos.

37.



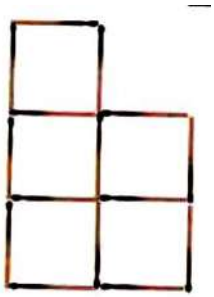
Portanto, há 16 + 9 + 4 + 1 = 30 quadrados.

38.



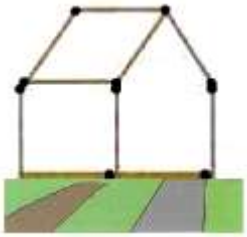
39. Os símbolos são como números em frente ao espelho. Assim, o próximo símbolo será **88**.

40.

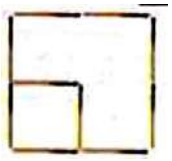


41.
12.345.679 × (2×9) = 222.222.222
12.345.679 × (3×9) = 333.333.333
... ...
12.345.679 × (6×9) = 666.666.666
Portanto, para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por (9x9) = 81

42.

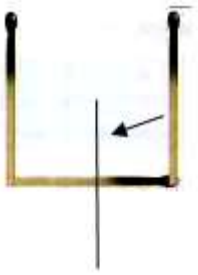


43.



44. Sendo *A = 1, J = 11, Q = 12* e *K = 13*, a soma de cada par de cartas é igual a 14 e o naipe de paus sempre forma par com o naipe de espadas. Portanto, a carta que está faltando é o 6 de espadas.

45.

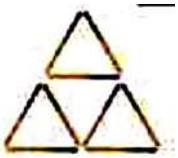


46. Observe que:

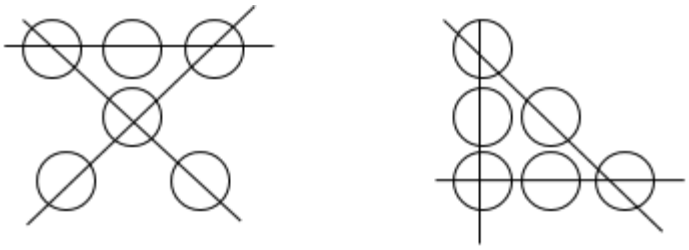
3	6	18	72	360	2160	15120
	x2	x3	x4	x5	x6	x7

Portanto, a próxima pedra terá que ter o valor: 15.120 x 8 = 120.960

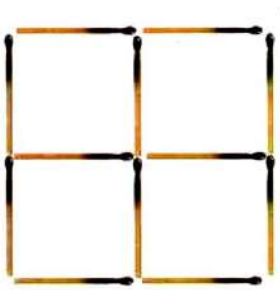
47.



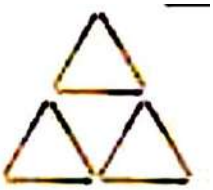
48.



49.



50.



4. Raciocínio lógico quantitativo

RACIOCÍNIO LÓGICO QUANTITATIVO (MATEMÁTICO).

Caros alunos, assuntos como raciocínio lógico quantitativo (matemático), devem ser trabalhados com questões que exploram conteúdos básicos, como porcentagem, razões, regra de três, combinatória, operações fundamentais, etc.

Vejamos então o conteúdo principal necessário:

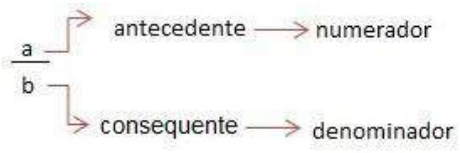
- Razão e Proporção;
- Porcentagem;
- Regra de três simples e composta.

RAZÃO

É o quociente entre dois números (quantidades, medidas, grandezas).
Sendo *a* e *b* dois números a sua razão, chama-se *razão*[3] *de a para b*:

$$\frac{a}{b} \quad ou \quad a:b\,, com\ b \neq 0$$

Onde:



[3]*IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva*
IEZZI, Gelson – Matemática Volume Único
http://educacao.globo.com

Exemplos:

1 - Em um vestibular para o curso de marketing, participaram 3600 candidatos para 150 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos, nessa ordem, foi de

$$\frac{número\ de\ vagas}{número\ de\ candidatos} = \frac{150}{3600} = \frac{1}{24}$$

Lemos a fração como: Um vinte e quatro avós.

2 - Em um processo seletivo diferenciado, os candidatos obtiveram os seguintes resultados:
- Alana resolveu 11 testes e acertou 5
- Beatriz resolveu 14 testes e acertou 6
- Cristiane resolveu 15 testes e acertou 7
- Daniel resolveu 17 testes e acertou 8
- Edson resolveu 21 testes e acertou 9

O candidato contratado, de melhor desempenho, (razão de acertos para número de testes), foi:

$Alana: \frac{5}{11} = 0{,}45$

$Beatriz: \frac{6}{14} = 0{,}42$

$Cristiane: \frac{7}{15} = 0{,}46$

$Daniel: \frac{8}{17} = 0{,}47$

$Edson: \frac{9}{21} = 0{,}42$

Daniel teve o melhor desempenho.

- Quando *a* e *b* forem medidas de uma mesma grandeza, essas devem ser expressas na mesma unidade.

Razões Especiais

Escala → Muitas vezes precisamos ilustrar distâncias muito grandes de forma reduzida, então utilizamos a escala, que é a razão da medida no mapa com a medida real (ambas na mesma unidade).

$$E = \frac{medida\ no\ mapa}{medida\ real}$$

Velocidade média → É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. As unidades utilizadas são km/h, m/s, entre outras.

$$V = \frac{distância\ pecorrida}{tempo\ total}$$

Densidade → É a razão entre a massa de um corpo e o seu volume. As unidades utilizadas são g/cm³, kg/m³, entre outras.

$$D = \frac{massa\ do\ corpo}{volume\ do\ corpo}$$

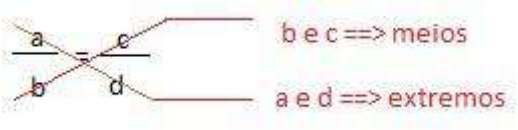
PROPORÇÃO

É uma igualdade entre duas razões.

Dada as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, à setença de igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chama-se proporção[4].

[4] *IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva*

Onde:



Exemplo:

1 - O passageiro ao lado do motorista observa o painel do veículo e vai anotando, minuto a minuto, a distância percorrida. Sua anotação pode ser visualizada na tabela a seguir:

Distância percorrida (em km)	2	4	6	8	...
Tempo gasto (em min)	1	2	3	4	...

Nota-se que a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la é sempre igual a 2:

$$\frac{2}{1} = 2\,;\quad \frac{4}{2} = 2\;;\quad \frac{6}{3} = 2\;;\quad \frac{8}{4} = 2$$

Então:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4}$$

Dizemos que os números da sucessão (2,4,6, 8, ...) são **diretamente proporcionais** aos números da sucessão (1,2,3,3, 4, ...).

Propriedades da Proporção

1 - Propriedade Fundamental

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos, isto é, **a. d = b. c**

Exemplo:

Na proporção $\frac{45}{30} = \frac{9}{6}$,(lê-se: "45 está para 30, assim como 9 está para 6.), aplicando a propriedade fundamental, temos: 45.6 = 30.9 = 270

2 - A soma dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad ou \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+3}{2} = \frac{6+9}{6} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{15}{6} = 30 \quad ou \quad \frac{2+3}{3} = \frac{6+9}{9} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{15}{9} = 45$$

3 - A diferença entre os dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a diferença entre os dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \quad ou \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow \frac{2-3}{2} = \frac{6-9}{6} \rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-3}{6} = -6 \quad ou \quad \frac{2-3}{3} = \frac{6-9}{9} \rightarrow \frac{-1}{3} = \frac{-3}{9} = -9$$

4 - A soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b} \ ou \ \frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{3}=\frac{6}{9} \rightarrow \frac{2+6}{3+9}=\frac{2}{3} \rightarrow \frac{8}{12}=\frac{2}{3}=24 \ ou \ \frac{2+6}{3+9}=\frac{6}{9} \rightarrow \frac{8}{12}=\frac{6}{9}=72$$

5 - A diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b} \ ou \ \frac{a-c}{b-d}=\frac{c}{d}$$

Exemplo:

$$\frac{6}{9}=\frac{2}{3} \rightarrow \frac{6-2}{9-3}=\frac{6}{9} \rightarrow \frac{4}{6}=\frac{6}{9}=36 \ ou \ \frac{6-2}{9-3}=\frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{6}=\frac{2}{3}=12$$

Problemas envolvendo razão e proporção

1 - Em uma fundação, verificou-se que a razão entre o número de atendimentos a usuários internos e o número de atendimento total aos usuários (internos e externos), em um determinado dia, nessa ordem, foi de 3/5. Sabendo que o número de usuários externos atendidos foi 140, pode-se concluir que, no total, o número de usuários atendidos foi:

A) 84
B) 100
C) 217
D) 280
E) 350

Resolução:
Usuários internos: I
Usuários externos: E
Sabemos que neste dia foram atendidos 140 externos → E = 140
$\frac{I}{I+E}=\frac{3}{5}=\frac{I}{I+140}$, usando o produto dos meios pelos extremos temos

5I = 3(I + 140) → 5I = 3I + 420 → 5I – 3I = 420 → 2I = 420 → I = 420 / 2 → I = 210
I + E = 210 + 140 = 350
Resposta “E”

2 – Em um concurso participaram 3000 pessoas e foram aprovadas 1800. A razão do número de candidatos aprovados para o total de candidatos participantes do concurso é:

A) 2/3
B) 3/5
C) 5/10
D) 2/7
E) 6/7

Resolução:

$$\frac{número\ de\ candidatos\ aprovados}{número\ total\ de\ candidatos}=\frac{1800}{3000}=\frac{18^{3}}{30^{5}}=\frac{3}{5}$$

Resposta “B”

3 - Em um dia de muita chuva e trânsito caótico, 2/5 dos alunos de certa escola chegaram atrasados, sendo que 1/4 dos atrasados tiveram mais de 30 minutos de atraso. Sabendo que todos os demais alunos chegaram no horário, pode-se afirmar que nesse dia, nessa escola, a razão entre o número de alunos que chegaram com mais de 30 minutos de atraso e número de alunos que chegaram no horário, nessa ordem, foi de:

A) 2:3
B) 1:3
C) 1:6
D) 3:4
E) 2:5

Resolução:

Se 2/5 chegaram atrasados

$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} chegaram\ no\ horário$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}\ tiveram\ mais\ de\ 30\ minutos\ de\ atraso$

$razão = \frac{tiveram\ mais\ de\ 30\ \text{min}\ de\ atraso}{chegaram\ no\ horário} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{5}}$

$razão = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1}{6}\ ou\ 1:6$

Resposta “C”

Questões

01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – GR Consultoria e Assessoria) André, Bruno, Carlos e Diego são irmãos e suas idades formam, na ordem apresentada, uma proporção. Considere que André tem 3 anos, Diego tem 18 anos e Bruno é 3 anos mais novo que Carlos. Assim, a soma das idades, destes quatro irmãos, é igual a

(A) 30
(B) 32;
(C) 34;
(D) 36.

02. (MPE/SP – Oficial de Promotoria – VUNESP) Alfredo irá doar seus livros para três bibliotecas da universidade na qual estudou. Para a biblioteca de matemática, ele doará três quartos dos livros, para a biblioteca de física, um terço dos livros restantes, e para a biblioteca de química, 36 livros. O número de livros doados para a biblioteca de física será

(A) 16.
(B) 22.
(C) 20.
(D) 24.
(E)18.

03. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Foram construídos dois reservatórios de água. A razão entre os volumes internos do primeiro e do segundo é de 2 para 5, e a soma desses volumes é 14m³. Assim, o valor absoluto da diferença entre as capacidades desses dois reservatórios, em litros, é igual a

(A) 8000.
(B) 6000.
(C) 4000.
(D) 6500.
(E) 9000.

04. (EBSERH/HUPAA-UFAL - Técnico em Informática – IDECAN) Entre as denominadas razões especiais encontram-se assuntos como densidade demográfica, velocidade média, entre outros. Supondo que a distância entre Rio de Janeiro e São Paulo seja de 430 km e que um ônibus, fretado para uma excursão, tenha feito este percurso em 5 horas e 30 minutos. Qual foi a velocidade média do ônibus durante este trajeto, aproximadamente, em km/h?

(A) 71 km/h
(B) 76 km/h
(C) 78 km/h
(D) 81 km/h
(E) 86 km/h.

05. (SEPLAN/GO – Perito Criminal – FUNIVERSA) Em uma ação policial, foram apreendidos 1 traficante e 150 kg de um produto parecido com maconha. Na análise laboratorial, o perito constatou que o produto apreendido não era maconha pura, isto é, era uma mistura da *Cannabis sativa* com outras ervas. Interrogado, o traficante revelou que, na produção de 5 kg desse produto, ele usava apenas 2 kg da *Cannabis sativa*; o restante era composto por várias "outras ervas". Nesse caso, é correto afirmar que, para fabricar todo o produto apreendido, o traficante usou

(A) 50 kg de *Cannabis sativa* e 100 kg de outras ervas.
(B) 55 kg de *Cannabis sativa* e 95 kg de outras ervas.
(C) 60 kg de *Cannabis sativa* e 90 kg de outras ervas.
(D) 65 kg de *Cannabis sativa* e 85 kg de outras ervas.
(E) 70 kg de *Cannabis sativa* e 80 kg de outras ervas.

06. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Uma gráfica produz blocos de papel em dois tamanhos diferentes: médios ou pequenos e, para transportá-los utiliza caixas que comportam exatamente 80 blocos médios. Sabendo que 2 blocos médios ocupam exatamente o mesmo espaço que 5 blocos pequenos, então, se em uma caixa dessas forem colocados 50 blocos médios, o número de blocos pequenos que poderão ser colocados no espaço disponível na caixa será:

(A) 60.
(B) 70.
(C) 75.
(D) 80.
(E) 85.

07. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de Educação Básica – GR Consultoria e Assessoria) Eu tenho duas réguas, uma que ao quebrar ficou com 24 cm de comprimento e a outra tem 30 cm, portanto, a régua menor é quantos por cento da régua maior?

(A) 90%
(B) 75%
(C) 80%
(D) 85%

08. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) Uma cidade A, com 120 km de vias, apresentava, pela manhã, 51 km de vias congestionadas. O número de quilômetros de vias congestionadas numa cidade B, que tem 280 km de vias e mantém a mesma proporção que na cidade A, é

(A) 119 km.
(B) 121 km.
(C) 123 km.
(D) 125 km.
(E) 127 km.

09. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO) Maria tinha 450 ml de tinta vermelha e 750 ml de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 ml de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca.

Feita a mistura, quantos ml de tinta branca sobraram?

(A) 75
(B) 125

(C) 175
(D) 375
(E) 675

10. (MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP) A medida do comprimento de um salão retangular está para a medida de sua largura assim como 4 está para 3. No piso desse salão, foram colocados somente ladrilhos quadrados inteiros, revestindo-o totalmente. Se cada fileira de ladrilhos, no sentido do comprimento do piso, recebeu 28 ladrilhos, então o número mínimo de ladrilhos necessários para revestir totalmente esse piso foi igual a
(A) 588.
(B) 350.
(C) 454.
(D) 476.
(E) 382.

Comentários

01. Resposta: D.
Pelo enunciado temos que:
A = 3
B = C – 3
C
D = 18
Como eles são proporcionais podemos dizer que:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow \frac{3}{C-3} = \frac{C}{18} \rightarrow C^2 - 3C = 3.18 \rightarrow C^2 - 3C - 54 = 0$$

Vamos resolver a equação do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(-54)}}{2.1} \rightarrow \frac{3 \pm \sqrt{225}}{2} \rightarrow \frac{3 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = \frac{3+15}{2} = \frac{18}{2} = 9 \therefore\ x_2 = \frac{3-15}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Como não existe idade negativa, então vamos considerar somente o 9. Logo C = 9
B = C – 3 = 9 – 3 = 6
Somando teremos: 3 + 6 + 9 + 18 = 36

02. Resposta: E.
X = total de livros
Matemática = ¾ x, restou ¼ de x
Física = 1/3.1/4 = 1/12
Química = 36 livros

Logo o número de livros é: 3/4x + 1/12x + 36 = x
Fazendo o m.m.c. dos denominadores (4,12) = 12
Logo:

$$\frac{9x + 1x + 432 = 12x}{12} \rightarrow 10x + 432 = 12x \rightarrow 12x - 10x = 432 \rightarrow 2x = 432 \rightarrow x = \frac{432}{2} \rightarrow x = 216$$

Como a Biblioteca de Física ficou com 1/12x, logo teremos:

$$\frac{1}{12}.216 = \frac{216}{12} = 18$$

03. Resposta: B.
Primeiro: 2k
Segundo: 5k
2k + 5k = 14 → 7k = 14 → k = 2

Primeiro: 2.2 = 4
Segundo: 5.2=10
Diferença: 10 – 4 = 6 m³
1m³------1000L
6--------x
x = 6000 l

04. Resposta: C.
5h30 = 5,5h, transformando tudo em hora e suas frações.
$\frac{430}{5,5} = 78,18\ km/h$

05. Resposta: C.
O enunciado fornece que a cada 5kg do produto temos que 2kg da *Cannabis sativa* e os demais *outras ervas*. Podemos escrever em forma de razão $\frac{2}{5}$, logo:

$$\frac{2}{5}.150 = 60kg\ de\ Cannabis\ sativa \quad \therefore 150 - 60 = 90kg\ de\ outras\ ervas$$

06. Resposta: C.
Chamemos de (m) a quantidade de blocos médios e de (p) a quantidade de blocos pequenos.
$\frac{m}{p} = \frac{2}{5}$, ou seja, 2p = 5m

- 80 blocos médios correspondem a:
2p = 5.80 → p = 400 / 2 → p = 200 blocos pequenos
- Já há 50 blocos médios: 80 – 50 = 30 blocos médios (ainda cabem).
2p = 5.30 → p = 150 / 2 → p = 75 blocos pequenos

07. Resposta: C.
Como é a razão do menor pelo maior temos: 24/30 = 0,80. 100% = 80%

08. Resposta: A.
$\frac{51}{120} = \frac{x}{280}$

120.x = 51. 280 → x = 14280 / 120 → x = 119 km

09. Resposta: A.
$\frac{2}{3} = \frac{450}{x}$

2x = 450. 3 → x = 1350 / 2 → x = 675 ml de tinta branca
Sobraram: 750 ml – 675 ml = 75 ml

10. Resposta: A.
$\frac{C}{L} = \frac{4}{3}$, que fica 4L = 3C

Fazendo C = 28 e substituindo na proporção, temos:
$\frac{28}{L} = \frac{4}{3}$

4L = 28. 3 → L = 84 / 4 → L = 21 ladrilhos
Assim, o total de ladrilhos foi de 28. 21 = 588

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **regra de três simples**[5].

Vejamos a tabela abaixo:

Grandezas	Relação	Descrição
Nº de funcionário x serviço	**Direta**	**MAIS** funcionários contratados demanda **MAIS** serviço produzido
Nº de funcionário x tempo	**Inversa**	**MAIS** funcionários contratados exigem **MENOS** tempo de trabalho
Nº de funcionário x eficiência	**Inversa**	**MAIS** eficiência (dos funcionários) exige **MENOS** funcionários contratados
Nº de funcionário x grau dificuldade	**Direta**	Quanto **MAIOR** o grau de dificuldade de um serviço, **MAIS** funcionários deverão ser contratados
Serviço x tempo	**Direta**	**MAIS** serviço a ser produzido exige **MAIS** tempo para realiza-lo
Serviço x eficiência	**Direta**	Quanto **MAIOR** for a eficiência dos funcionários, **MAIS** serviço será produzido
Serviço x grau de dificuldade	**Inversa**	Quanto **MAIOR** for o grau de dificuldade de um serviço, **MENOS** serviços serão produzidos
Tempo x eficiência	**Inversa**	Quanto **MAIOR** for a eficiência dos funcionários, **MENOS** tempo será necessário para realizar um determinado serviço
Tempo x grau de dificuldade	**Direta**	Quanto **MAIOR** for o grau de dificuldade de um serviço, **MAIS** tempo será necessário para realizar determinado serviço

Exemplos:

1) Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

O problema envolve duas grandezas: distância e litros de álcool.

Indiquemos por x o número de litros de álcool a ser consumido.

Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha:

Distância (km)		Litros de álcool
180	----	15
210	----	x

Na coluna em que aparece a variável x (“litros de álcool”), vamos colocar uma flecha:

Distância (km)		Litros de álcool
180	----	15
210	----	x ↓

Observe que, se duplicarmos a distância, o consumo de álcool também duplica. Então, as grandezas **distância** e **litros de álcool** são **diretamente proporcionais**. No esquema que estamos montando, indicamos esse fato colocando uma flecha na coluna “distância” no **mesmo sentido** da flecha da coluna “litros de álcool”:

Distância (km)		Litros de álcool
↓ 180	----	15 ↓
210	----	x

As setas estão no **mesmo sentido**

[5] *MARIANO, Fabrício – Matemática Financeira para Concursos – 3ª Edição – Rio de Janeiro: Elsevier,2013.*

Armando a proporção pela orientação das flechas, temos:

$$\frac{180}{210} = \frac{15}{x} \rightarrow como\ 180\ e\ 210\ podem\ ser\ simplificados\ por\ 30, temos: \frac{180:30}{210:30} = \frac{15}{x}$$

$$\frac{\cancel{180}^{6}}{\cancel{210}^{7}} = \frac{15}{x} \rightarrow multiplicando\ cruzado(produto\ do\ meio\ pelos\ extremos) \rightarrow 6x = 7.15$$

$$6x = 105 \rightarrow x = \frac{105}{6} = \mathbf{17,5}$$

Resposta: O carro gastaria 17,5 L de álcool.

2) Viajando de automóvel, à velocidade de 50 km/h, eu gastaria 7 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

Indicando por x o número de horas e colocando as grandezas de mesma espécie em uma mesma coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha, temos:

Velocidade (km/h)		Tempo (h)
50	----	7
80	----	x

Na coluna em que aparece a variável x ("tempo"), vamos colocar uma flecha:

Velocidade (km/h)		Tempo (h)
↑ 50	----	7 ↓
80	----	x

Observe que, se duplicarmos a velocidade, o tempo fica reduzido à metade. Isso significa que as grandezas **velocidade** e **tempo** são **inversamente proporcionais**. No nosso esquema, esse fato é indicado colocando-se na coluna "velocidade" uma flecha em **sentido contrário** ao da flecha da coluna "tempo":

Velocidade (km/h)		Tempo (h)
↑ 50	----	7 ↓
80	----	x

As setas em **sentido contrário**

Na montagem da proporção devemos seguir o sentido das flechas. Assim, temos:

$$\frac{7}{x} = \frac{80}{50}, invertemos\ este\ lado \rightarrow \frac{7}{x} = \frac{\cancel{80}^{8}}{\cancel{50}^{5}} \rightarrow 7.5 = 8.x \rightarrow x = \frac{35}{8} \rightarrow x = 4{,}375\ horas$$

Como 0,375 corresponde 22 minutos (0,375 x 60 minutos), então o percurso será feito em 4 horas e 22 minutos aproximadamente.

3) Ao participar de um treino de fórmula Indy, um competidor, imprimindo a velocidade média de 180 km/h, faz o percurso em 20 segundos. Se a sua velocidade fosse de 300 km/h, que tempo teria gasto no percurso?

Vamos representar pela letra *x* o tempo procurado.

Estamos relacionando dois valores da grandeza velocidade (180 km/h e 300 km/h) com dois valores da grandeza tempo (20 s e *x* s).

Queremos determinar um desses valores, conhecidos os outros três.

Velocidade (km/h)		Tempo (s)
↑ 180	----	20 ↓
300	----	x

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto para fazer o percurso cairá para a metade; logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 180 e 300 são inversamente proporcionais aos números 20 e *x*.

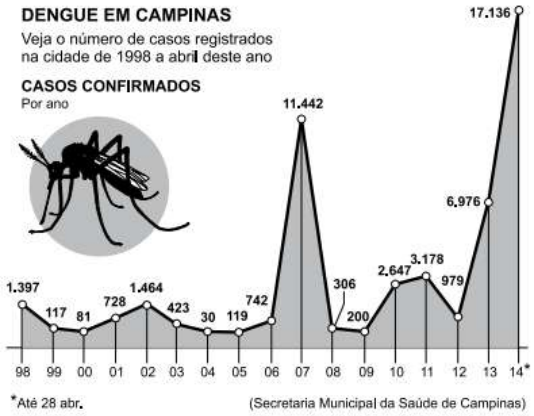
Daí temos:

$$180.20 = 300.x \rightarrow 300x = 3600 \rightarrow x = \frac{3600}{300} \rightarrow x = 12$$

Conclui-se, então, que se o competidor tivesse andando em 300 km/h, teria gasto 12 segundos para realizar o percurso.

Questões

01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 3 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre o número de casos de dengue na cidade de Campinas.



De acordo com essas informações, o número de casos registrados na cidade de Campinas, até 28 de abril de 2014, teve um aumento em relação ao número de casos registrados em 2007, aproximadamente, de

(A) 70%.
(B) 65%.
(C) 60%.
(D) 55%.
(E) 50%.

02. (FUNDUNESP – Assistente Administrativo – VUNESP) Um título foi pago com 10% de desconto sobre o valor total. Sabendo-se que o valor pago foi de R$ 315,00, é correto afirmar que o valor total desse título era de

(A) R$ 345,00.
(B) R$ 346,50.
(C) R$ 350,00.
(D) R$ 358,50.
(E) R$ 360,00.

03. (Pref. Imaruí – Agente Educador – Pref. Imaruí) Manoel vendeu seu carro por R$27.000,00(vinte e sete mil reais) e teve um prejuízo de 10%(dez por cento) sobre o valor de custo do tal veículo, por quanto Manoel adquiriu o carro em questão?

(A) R$24.300,00
(B) R$29.700,00
(C) R$30.000,00
(D)R$33.000,00
(E) R$36.000,00

04. (Pref. Guarujá/SP – SEDUC – Professor de Matemática – CAIPIMES) Em um mapa, cuja escala era $1:15.10^4$, a menor distância entre dois pontos A e B, medida com a régua, era de 12 centímetros. Isso significa que essa distância, em termos reais, é de aproximadamente:

(A) 180 quilômetros.
(B) 1.800 metros.

(C) 18 quilômetros.
(D) 180 metros.

05. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO) A Bahia (...) é o maior produtor de cobre do Brasil. Por ano, saem do estado 280 mil toneladas, das quais 80 mil são exportadas.

O Globo, Rio de Janeiro: ed. Globo, 12 mar. 2014, p. 24.

Da quantidade total de cobre que sai anualmente do Estado da Bahia, são exportados, aproximadamente,

(A) 29%
(B) 36%
(C) 40%
(D) 56%
(E) 80%

06. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Um comerciante comprou uma caixa com 90 balas e irá vender cada uma delas por R$ 0,45. Sabendo que esse comerciante retirou 9 balas dessa caixa para consumo próprio, então, para receber o mesmo valor que teria com a venda das 90 balas, ele terá que vender cada bala restante na caixa por:

(A) R$ 0,50.
(B) R$ 0,55.
(C) R$ 0,60.
(D) R$ 0,65.
(E) R$ 0,70.

07. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 25 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre a capacidade de retirada de água dos sistemas de abastecimento, em metros cúbicos por segundo (m^3/s):



(Sabesp)

De acordo com essas informações, o número de segundos necessários para que o sistema Rio Grande retire a mesma quantidade de água que o sistema Cantareira retira em um segundo é:

(A) 5,4.
(B) 5,8.
(C) 6,3.
(D) 6,6.
(E) 6,9.

08. (FUNDUNESP – Auxiliar Administrativo – VUNESP) Certo material para laboratório foi adquirido com desconto de 10% sobre o preço normal de venda. Sabendo-se que o valor pago nesse material foi R$ 1.170,00, é possível afirmar corretamente que seu preço normal de venda é

(A) R$ 1.285,00.
(B) R$ 1.300,00.
(C) R$ 1.315,00.
(D) R$ 1.387,00.
(E) R$ 1.400,00.

09. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) A mais antiga das funções do Instituto Médico Legal (IML) é a necropsia. Num determinado período, do total de atendimentos do IML, 30% foram necropsias. Do restante dos atendimentos, todos feitos a indivíduos vivos, 14% procediam de acidentes no trânsito, correspondendo a 588. Pode-se concluir que o total de necropsias feitas pelo IML, nesse período, foi

(A) 2500.
(B) 1600.
(C) 2200.
(D) 3200.
(E) 1800.

10. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) A expectativa de vida do Sr. Joel é de 75 anos e, neste ano, ele completa 60 anos. Segundo esta expectativa, pode-se afirmar que a fração de vida que ele já viveu é

(A) $\frac{4}{7}$

(B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{3}{4}$

(E) $\frac{2}{3}$

11. (SAAE/SP – Auxiliar de Manutenção Geral – VUNESP) Foram digitados 10 livros de 200 páginas cada um e armazenados em 0,0001 da capacidade de um microcomputador. Utilizando-se a capacidade total desse microcomputador, o número de livros com 200 páginas que é possível armazenar é

(A) 100.
(B) 1000.
(C) 10000.
(D) 100000.
(E) 1000000.

12. (IF/GO – Assistente de Alunos – UFG) Leia o fragmento a seguir

> A produção brasileira de arroz projetada para 2023 é de 13,32 milhões de toneladas, correspondendo a um aumento de 11% em relação à produção de 2013.

Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/arq_editor/projecoes-ver saoatualizada.pdf>. Acesso em: 24 fev. 2014. (Adaptado).

De acordo com as informações, em 2023, a produção de arroz excederá a produção de 2013, em milhões de toneladas, em:

(A) 1,46
(B) 1,37
(C) 1,32
(D) 1,22

13. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Numa transportadora, 15 caminhões de mesma capacidade transportam toda a carga de um galpão em quatro horas. Se três deles quebrassem, em quanto tempo os outros caminhões fariam o mesmo trabalho?

(A) 3 h 12 min
(B) 5 h
(C) 5 h 30 min
(D) 6 h
(E) 6 h 15 min

14. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) Uma receita para fazer 35 bolachas utiliza 225 gramas de açúcar. Mantendo-se as mesmas proporções da receita, a quantidade de açúcar necessária para fazer 224 bolachas é

(A) 14,4 quilogramas.
(B) 1,8 quilogramas.
(C) 1,44 quilogramas.
(D) 1,88 quilogramas.
(E) 0,9 quilogramas.

15. (METRÔ/SP – Usinador Ferramenteiro – FCC) Laerte comprou 18 litros de tinta látex que, de acordo com as instruções na lata, rende 200m² com uma demão de tinta. Se Laerte seguir corretamente as instruções da lata, e sem desperdício, depois de pintar 60 m² de parede com duas demãos de tinta látex, sobrarão na lata de tinta comprada por ele

(A) 6,8L.
(B) 6,6L.
(C) 10,8L.
(D) 7,8L.
(E) 7,2L.

Comentários

01. Resposta: E.

Utilizaremos uma regra de três simples:

ano	%
11442	100
17136	x

11442.x = 17136. 100 x = 1713600 / 11442 = 149,8% (aproximado)
149,8% – 100% = 49,8%
Aproximando o valor, teremos 50%

02. Resposta: C.

Se R$ 315,00 já está com o desconto de 10%, então R$ 315,00 equivale a 90% (100% - 10%).
Utilizaremos uma regra de três simples:

$	%
315	90
x	100

90.x = 315. 100 x = 31500 / 90 = R$ 350,00

03. Resposta: C.

Como ele teve um prejuízo de 10%, quer dizer 27000 é 90% do valor total.

Valor	%
27000	90
X	100

$\frac{27000}{x} = \frac{90^{9}}{100^{10}} \rightarrow \frac{27000}{x} = \frac{9}{10} \rightarrow 9.x = 27000.10 \rightarrow 9x = 270000 \rightarrow x = 30000.$

04. Resposta: C.

$1:15.10^4$ equivale a 1:150000, ou seja, para cada 1 cm do mapa, teremos 150.000 cm no tamanho real. Assim, faremos uma regra de três simples:

mapa	real
1	150000
12	x

1.x = 12. 150000 x = 1.800.000 cm = 18 km

05. Resposta: A.
Faremos uma regra de três simples:
cobre %
280 --------- 100
80 ---------- x
280.x = 80. 100 x = 8000 / 280 x = 28,57%

06. Resposta: A.
Vamos utilizar uma regra de três simples:
Balas $
1 ---------- 0,45
90 ---------- x
1.x = 0,45. 90
x = R$ 40,50 (total)
* 90 – 9 = 81 balas
Novamente, vamos utilizar uma regra de três simples:
Balas $
81 ---------- 40,50
1 ---------- y
81.y = 1 . 40,50
y = 40,50 / 81
y = R$ 0,50 (cada bala)

07. Resposta: D.
Utilizaremos uma regra de três simples INVERSA:
m^3 seg
33 ------- 1
5 ------- x
5.x = 33 . 1 x = 33 / 5 = 6,6 seg

08. Resposta: B.
Utilizaremos uma regra de três simples:
$ %
1170 ------- 90
x ------- 100
90.x = 1170 . 100 x = 117000 / 90 = R$ 1.300,00

09. Resposta: E.
O restante de atendimento é de 100% – 30% = 70% (restante)
Utilizaremos uma regra de três simples:
Restante:
atendimentos %
588 ---------- 14
x ---------- 100
14.x = 588 . 100 x = 58800 / 14 = 4200 atendimentos (restante)
Total:
atendimentos %
4200 ---------- 70
x ---------- 30
70.x = 4200 . 30 x = 126000 / 70 = 1800 atendimentos

10. Resposta: C.
Considerando 75 anos o inteiro (1), utilizaremos uma regra de três simples:
idade fração
75 ---------- 1
60 ---------- x
75.x = 60 . 1 x = 60 / 75 = 4 / 5 (simplificando por 15)

11. Resposta: D.
Neste caso, a capacidade total é representada por 1 (inteiro).
Assim, utilizaremos uma regra de três simples:

livros		capacidade
10	----------	0,0001
x	----------	1

0,0001.x = 10 . 1 x = 10 / 0,0001 = 100.000 livros

12. Resposta: C.

Toneladas		%
13,32	----------	111
x	----------	11

111 . x = 13,32 . 11
x = 146,52 / 111
x = 1,32

13. Resposta: B.
Vamos utilizar uma Regra de Três Simples Inversa, pois, quanto menos caminhões tivermos, mais horas demorará para transportar a carga:

caminhões		horas
15	----------	4
(15 – 3)	----------	x

12.x = 4 . 15 → x = 60 / 12 → x = 5 h

14. Resposta: C.
Bolachas açúcar
35----------225
224----------x
$x = \frac{224.225}{35} = 1440\ gramas = 1{,}44\ quilogramas$

15. Resposta: E.
18L----200m²
x-------120
x=10,8L
Ou seja, pra 120m² (duas demãos de 60 m²) ele vai gastar 10,8 l, então sobraram:
18-10,8=7,2L

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado **regra de três composta**[6].

Exemplos:
1) Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziriam 300 dessas peças?
Indiquemos o número de dias por *x*. Coloquemos as grandezas de mesma espécie em uma só coluna e as grandezas de espécies diferentes que se correspondem em uma mesma linha. Na coluna em que aparece a variável *x* (“dias”), coloquemos uma flecha:

Máquinas		Peças		Dias
8	---	160	---	4 ↓
6	---	300	---	x

Iremos comparar cada grandeza com aquela em que está o x.

As grandezas **peças** e **dias** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna “peças” uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna “dias”:

[6] *MARIANO, Fabrício – Matemática Financeira para Concursos – 3ª Edição – Rio de Janeiro: Elsevier,2013.*

Máquinas		Peças		Dias
8	---	160	---	4
6	---	300	---	x

Mesmo sentido

As grandezas **máquinas** e **dias** são inversamente proporcionais (duplicando o número de máquinas, o número de dias fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna (máquinas) uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "dias":

Máquinas		Peças		Dias
8	---	160	---	4
6	---	300	---	x

Sentidos contrários

Agora vamos montar a proporção, igualando a razão que contém o *x*, que é $\frac{4}{x}$, com o produto das outras razões, obtidas segundo a orientação das flechas $\left(\frac{6}{8}.\frac{160}{300}\right)$:

$$\frac{4}{x}=\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{8}^{1}}.\frac{\cancel{160}^{\cancel{8}^{1}}}{\cancel{300}^{\cancel{15}^{5}}}$$

Simplificando as proporções obtemos:

$$\frac{4}{x}=\frac{2}{5}\rightarrow 2x=4.5\rightarrow x=\frac{4.5}{2}\rightarrow x=10$$

Resposta: Em 10 dias.

2) Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

Iremos comparar cada grandeza com aquela em que está o x.

As grandezas **"pessoas"** e **"tempo"** são inversamente proporcionais (duplicando o número de pessoas, o tempo fica reduzido à metade). No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "tempo" uma flecha no sentido contrário ao da flecha da coluna "pessoas":

Pessoas		Estrada		Tempo
210	---	75	---	4
x	---	225	---	8

Sentidos contrários

As grandezas **"pessoas"** e **"estrada"** são diretamente proporcionais. No nosso esquema isso será indicado colocando-se na coluna "estrada" uma flecha no **mesmo sentido** da flecha da coluna "pessoas":

Pessoas		Estrada		Tempo
210	---	75	---	4
x	---	225	---	8

Mesmo sentido

$$\frac{210}{x}=\frac{\cancel{75}^{1}}{\cancel{225}^{3}}.\frac{\cancel{8}^{2}}{4^{1}}\rightarrow\frac{210}{x}=\frac{2}{3}\rightarrow 210.3=2x\rightarrow 2x=630\rightarrow x=315$$

Como já haviam 210 pessoas trabalhando, logo 315 – 210 = 105 pessoas.
Reposta: Devem ser contratados 105 pessoas.

Questões

01. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

(A) 8 horas e 15 minutos.
(B) 9 horas.
(C) 7 horas e 45 minutos.
(D) 7 horas e 30 minutos.
(E) 5 horas e 30 minutos.

02. (Pref. Corbélia/PR – Contador – FAUEL) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

(A) 4500 m²
(B) 5000 m²
(C) 5200 m²
(D) 6000 m²
(E) 6200 m²

03. (PC/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Dez funcionários de uma repartição trabalham 8 horas por dia, durante 27 dias, para atender certo número de pessoas. Se um funcionário doente foi afastado por tempo indeterminado e outro se aposentou, o total de dias que os funcionários restantes levarão para atender o mesmo número de pessoas, trabalhando uma hora a mais por dia, no mesmo ritmo de trabalho, será:

(A) 29.
(B) 30.
(C) 33.
(D) 28.
(E) 31.

04. (TRF 3ª – Técnico Judiciário – FCC) Sabe-se que uma máquina copiadora imprime 80 cópias em 1 minuto e 15 segundos. O tempo necessário para que 7 máquinas copiadoras, de mesma capacidade que a primeira citada, possam imprimir 3360 cópias é de

(A) 15 minutos.
(B) 3 minutos e 45 segundos.
(C) 7 minutos e 30 segundos.
(D) 4 minutos e 50 segundos.
(E) 7 minutos.

05. (METRÔ/SP – Analista Desenvolvimento Gestão Júnior – FCC) Para inaugurar no prazo a estação XYZ do Metrô, o prefeito da cidade obteve a informação de que os 128 operários, de mesma capacidade produtiva, contratados para os trabalhos finais, trabalhando 6 horas por dia, terminariam a obra em 42 dias. Como a obra tem que ser terminada em 24 dias, o prefeito autorizou a contratação de mais operários, e que todos os operários (já contratados e novas contratações) trabalhassem 8 horas por dia. O número de operários contratados, além dos 128 que já estavam trabalhando, para que a obra seja concluída em 24 dias, foi igual a

(A) 40.
(B) 16.
(C) 80.
(D) 20.
(E) 32.

06. (PRODAM/AM – Assistente – FUNCAB) Para digitalizar 1.000 fichas de cadastro, 16 assistentes trabalharam durante dez dias, seis horas por dia. Dez assistentes, para digitalizar 2.000 fichas do mesmo modelo de cadastro, trabalhando oito horas por dia, executarão a tarefa em quantos dias?

(A) 14
(B) 16
(C) 18
(D) 20
(E) 24

07. (CEFET – Auxiliar em Administração – CESGRANRIO) No Brasil, uma família de 4 pessoas produz, em média, 13 kg de lixo em 5 dias. Mantida a mesma proporção, em quantos dias uma família de 5 pessoas produzirá 65 kg de lixo?
(A) 10
(B) 16
(C) 20
(D) 32
(E) 40

08. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Na safra passada, um fazendeiro usou 15 trabalhadores para cortar sua plantação de cana de 210 hectares. Trabalhando 7 horas por dia, os trabalhadores concluíram o trabalho em 6 dias exatos. Este ano, o fazendeiro plantou 480 hectares de cana e dispõe de 20 trabalhadores dispostos a trabalhar 6 horas por dia. Em quantos dias o trabalho ficará concluído?
Obs.: Admita que todos os trabalhadores tenham a mesma capacidade de trabalho.
(A) 10 dias
(B) 11 dias
(C) 12 dias
(D) 13 dias
(E) 14 dias

09. (BNB – Analista Bancário – FGV) Em uma agência bancária, dois caixas atendem em média seis clientes em 10 minutos. Considere que, nesta agência, todos os caixas trabalham com a mesma eficiência e que a média citada sempre é mantida. Assim, o tempo médio necessário para que cinco caixas atendam 45 clientes é de:
(A) 45 minutos;
(B) 30 minutos;
(C) 20 minutos;
(D) 15 minutos;
(E) 10 minutos.

Comentários

01. Resposta: D.
Comparando- se cada grandeza com aquela onde está o x.
m²↑ varredores↓ horas↑
6000----------18---------- 5
7500----------15---------- x
Quanto mais a área, mais horas (diretamente proporcionais)
Quanto menos trabalhadores, mais horas (inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x} = \frac{6000}{7500} \cdot \frac{15}{18}$$

$$6000 \cdot 15 \cdot x = 5 \cdot 7500 \cdot 18$$
$$90000x = 675000$$
$$x = 7{,}5\ horas$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos, logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

02. Resposta: D.
Operários↑ horas↑ dias↑ área↑
20----------8----------60-------4800

15----------10----------80-------- x

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{60}{80}$$
$$20 \cdot 8 \cdot 60 \cdot x = 4800 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 80$$
$$9600x = 57600000$$
$$x = 6000m^2$$

03. Resposta: B.

Temos 10 funcionários inicialmente, com os afastamento esse número passou para 8. Se eles trabalham 8 horas por dia, passarão a trabalhar uma hora a mais perfazendo um total de 9 horas, nesta condições temos:

Funcionários↑ horas↑ dias↓

10----------8----------27

8----------9---------- x

Quanto menos funcionários, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Quanto mais horas por dia, menos dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).

Funcionários↓ horas↓ dias↓

8----------9---------- 27

10----------8----------x

$\frac{27}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{9}{8}$ → x.8.9 = 27.10.8 → 72x = 2160 → x = 30 dias.

04. Resposta: C.

Transformando o tempo para segundos: 1 min e 15 segundos = 75 segundos

Quanto mais máquinas menor o tempo (flecha contrária) e quanto mais cópias, mais tempo (flecha mesma posição)

Máquina↑ cópias↓ tempo↓

1----------80----------75 segundos

7----------3360----------x

Devemos deixar as 3 grandezas da mesma forma, invertendo os valores de" máquina".

Máquina↓ cópias↓ tempo↓

7----------80----------75 segundos

1----------3360--------- x

$\frac{75}{x} = \frac{7}{1} \cdot \frac{80}{3360}$ → x.7.80 = 75.1.3360 → 560x = 252000 → x = 450 segundos

Transformando

1minuto-----60segundos

x----------450

x = 7,5 minutos = 7 minutos e 30segundos.

05. Resposta: A.

Vamos utilizar a Regra de Três Composta:

↑Operários ↓horas dias↓

128 ---------- 6 ---------- 42

x ---------- 8 ---------- 24

Quanto mais operários, menos horas trabalhadas (inversamente)

Quanto mais funcionários, menos dias (inversamente)

↓ Operários ↓horas dias↓

x ---------- 6 ---------- 42

128 ---------- 8 ---------- 24

$$\frac{x}{128} = \frac{6}{8} \cdot \frac{42}{24}$$

$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{42}{4}$$

$$\frac{x}{128} = \frac{1}{8} \cdot \frac{21}{2}$$

$16x = 128 \cdot 21$
$x = 8 \cdot 21 = 168$
168 – 128 = 40 funcionários a mais devem ser contratados.

06. Resposta: E.
Fichas↓ Assistentes↑ dias↓ horas↑
1000 ---------- 16 ---------- 10 ---------- 6
2000 ---------- 10 ---------- x ---------- 8
Quanto mais fichas, mais dias devem ser trabalhados (diretamente proporcionais).
Quanto menos assistentes, mais dias devem ser trabalhados (inversamente proporcionais).
Quanto mais horas por dia, menos dias (inversamente proporcionais).
Fichas↓ Assistentes↓ dias↓ horas↓
1000 ---------- 10 ---------- 10 ---------- 8
2000 ---------- 16 ---------- x ---------- 6

$$\frac{10}{x} = \frac{1000}{2000} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{8}{6}$$

$$\frac{10}{x} = \frac{80000}{192000}$$

$$80.x = 192.10$$

$$x = \frac{1920}{80}$$

$$x = 24\ dias$$

07. Resposta: C.
Faremos uma regra de três composta:
Pessoas↓ Kg↑ dias↑
4 ---------- 13 ---------- 5
5 ---------- 65 ---------- x
Mais pessoas irão levar menos dias para produzir a mesma quantidade de lixo (grandezas inversamente proporcionais).
Mais quilos de lixo levam mais dias para serem produzidos (grandezas diretamente proporcionais).

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{4} \cdot \frac{13}{65}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{65}{260}$$

65.x = 5 . 260
x = 1300 / 65
x = 20 dias

08. Resposta: C.
Faremos uma regra de três composta:
Trabalhadores↓ Hectares↑ h / dia↓ dias↑
15 ---------- 210 ---------- 7 ---------- 6
20 ---------- 480 ---------- 6 ---------- x
Mais trabalhadores irão levar menos dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).
Mais hectares levam mais dias para se concluir o trabalho (grandezas diretamente proporcionais).

Menos horas por dia de trabalho serão necessários mais dias para concluir o trabalho (grandezas inversamente proporcionais).

$\frac{6}{x} = \frac{20}{15} \cdot \frac{210}{480} \cdot \frac{6}{7}$

$\frac{6}{x} = \frac{25200}{50400}$

25200.x = 6. 50400 → x = 302400 / 25200 → x = 12 dias

09. Resposta: B.

caixas↓ clientes↑ minutos↑

2 ---------- 6 ---------- 10

5 ---------- 45 ---------- x

Quanto mais caixas, menos minutos levará para o atendimento (inversamente proporcionais).

Quanto mais clientes, mais minutos para o atendimento (diretamente proporcionais).

caixas↑ clientes↑ minutos↑

5 ---------- 6 ---------- 10

2 ---------- 45 ---------- x

$\frac{10}{x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{45}$ $\frac{10}{x} = \frac{30}{90}$

$30.x = 90.10$ $x = \frac{900}{30}$

$x = 30\ minutos$

PORCENTAGEM

Razões de denominador 100 que são chamadas de r*azões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*[7]. Servem para representar de uma maneira prática o "quanto" de um "todo" se está referenciando.

Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo **%** (Lê-se: “por cento”).

$$x\% = \frac{x}{100}$$

Exemplos:

1) A tabela abaixo indica, em reais, os resultados das aplicações financeiras de Oscar e Marta entre 02/02/2013 e 02/02/2014.

	Banco	Saldo em 02/02/2013	Saldo em 02/02/2014	Rendimento
Oscar	A	500	550	50
Marta	B	400	450	50

Notamos que a razão entre os rendimentos e o saldo em 02/02/2013 é:

$\frac{50}{500}, para\ Oscar, no\ Banco\ A;$

$\frac{50}{400}, para\ Marta, no\ Banco\ B.$

Quem obteve melhor rentabilidade?

[7] *IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva*
IEZZI, Gelson – Matemática Volume Único
http://www.porcentagem.org
http://www.infoescola.com

Uma das maneiras de compará-las é expressá-las com o mesmo denominador (no nosso caso o 100), para isso, vamos simplificar as frações acima:

$$Oscar \Rightarrow \frac{50}{500} = \frac{10}{100}, = 10\%$$

$$Marta \Rightarrow \frac{50}{400} = \frac{12{,}5}{100}, = 12{,}5\%$$

Com isso podemos concluir, Marta obteve uma rentabilidade maior que Oscar ao investir no Banco B.

2) Em uma classe com 30 alunos, 18 são rapazes e 12 são moças. Qual é a taxa percentual de rapazes na classe?
Resolução:

A razão entre o número de rapazes e o total de alunos é $\frac{18}{30}$. Devemos expressar essa razão na forma centesimal, isto é, precisamos encontrar x tal que:

$$\frac{18}{30} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60$$

E a taxa percentual de rapazes é 60%. Poderíamos ter divido 18 por 30, obtendo:

$$\frac{18}{30} = 0{,}60(.100\%) = 60\%$$

Lucro e Prejuízo

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo.
Caso a diferença seja positiva, temos o **lucro(L)**, caso seja negativa, temos **prejuízo(P).**

Lucro (L) = Preço de Venda (V) – Preço de Custo (C).

Podemos ainda escrever:
C + L = V ou L = V - C
P = C – V ou V = C - P

A forma percentual é:

$$\text{Lucro sobre o custo} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}} \cdot 100\%$$

$$\text{Lucro sobre a venda} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}} \cdot 100\%$$

Exemplos:
1) Um objeto custa R$ 75,00 e é vendido por R$ 100,00. Determinar:
a) a porcentagem de lucro em relação ao preço de custo;
b) a porcentagem de lucro em relação ao preço de venda.

Resolução:
Preço de custo + lucro = preço de venda → 75 + lucro =100 → Lucro = R$ 25,00

$$a) \frac{lucro}{preço\ de\ custo}.100\% \cong 33{,}33\% \qquad b) \frac{lucro}{preço\ de\ venda}.100\% = 25\%$$

2) O preço de venda de um bem de consumo é R$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é:
A) R$ 25,00
B) R$ 70,50
C) R$ 75,00
D) R$ 80,00

E) R$ 125,00

Resolução:
$\frac{L}{C}.100\% = 25\% \Rightarrow 0{,}25$, o lucro é calculado em cima do Preço de Custo(PC).

C + L = V → C + 0,25. C = V → 1,25. C = 100 → C = 80,00
Resposta D

Aumento e Desconto Percentuais

A) Aumentar um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1+\frac{p}{100}).V}$.
Logo:

$$\mathbf{V_A = (1+\frac{p}{100}).V}$$

Exemplos:
1 - Aumentar um valor V de 20% , equivale a multiplicá-lo por 1,20, pois:
$(1+\frac{20}{100}).V = (1+0{,}20).V = 1{,}20.V$

2 - Aumentar um valor V de 200%, equivale a multiplicá-lo por 3, pois:
$(1+\frac{200}{100}).V = (1+2).V = 3.V$

3) Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20%, respectivamente, a área do retângulo é aumentada de:
(A)35%
(B)30%
(C)3,5%
(D)3,8%
(E) 38%

Resolução:
Área inicial: a.b
Com aumento: (a.1,15).(b.1,20) → 1,38.a.b da área inicial. Logo o aumento foi de 38%.
Resposta E

B) Diminuir um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1-\frac{p}{100}).V}$.
Logo:

$$\mathbf{V_D = (1-\frac{p}{100}).V}$$

Exemplos:
1) Diminuir um valor V de 20%, equivale a multiplicá-lo por 0,80, pois:
$(1-\frac{20}{100}).\ V = (1\text{-}0{,}20).\ V = 0,\ 80.V$

2) Diminuir um valor V de 40%, equivale a multiplicá-lo por 0,60, pois:
$(1-\frac{40}{100}).\ V = (1\text{-}0{,}40).\ V = 0,\ 60.V$

3) O preço do produto de uma loja sofreu um desconto de 8% e ficou reduzido a R$ 115,00. Qual era o seu valor antes do desconto?

Temos que $V_D = 115$, p = 8% e V =? é o valor que queremos achar.
$V_D = (1-\frac{p}{100}).\ V$ → 115 = (1-0,08).V → 115 = 0,92V → V = 115/0,92 → V = 125
O valor antes do desconto é de R$ 125,00.

A esse valor final de ***(1 + $\frac{p}{100}$)*** *ou* ***(1 − $\frac{p}{100}$)****, é o que chamamos de* ***fator de multiplicação****, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um* ***acréscimo*** *ou* ***decréscimo*** *no valor do produto.*

Abaixo a tabela com alguns fatores de multiplicação:

%	Fator de multiplicação - Acréscimo	Fator de multiplicação - Decréscimo
10%	1,1	0,9
15%	1,15	0,85
18%	1,18	0,82
20%	1,2	0,8
63%	1,63	0,37
86%	1,86	0,14
100%	2	0

Aumentos e Descontos Sucessivos

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação.

Vejamos alguns exemplos:

1) Dois aumentos sucessivos de 10% equivalem a um único aumento de...?

Utilizando $V_A = (1 + \frac{p}{100}).V \rightarrow$ V. 1,1, como são dois de 10% temos → V. 1,1 . 1,1 → V. 1,21

Analisando o fator de multiplicação 1,21; concluímos que esses dois aumentos significam um único aumento de 21%.

Observe que: esses dois aumentos de 10% equivalem a 21% e não a 20%.

2) Dois descontos sucessivos de 20% equivalem a um único desconto de:

Utilizando $V_D = (1 - \frac{p}{100}).V \rightarrow$ V. 0,8 . 0,8 → V. 0,64 . . Analisando o fator de multiplicação 0,64, observamos que esse percentual não representa o valor do desconto, mas sim o valor pago com o desconto. Para sabermos o valor que representa o desconto é só fazermos o seguinte cálculo:

100% - 64% = 36%

Observe que: esses dois descontos de 20% equivalem a 36% e não a 40%.

3) Certo produto industrial que custava R$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Utilizando $V_A = (1 + \frac{p}{100}).V$ para o aumento e $V_D = (1 - \frac{p}{100}).V$, temos:

V_A = 5000 .(1,3) = 6500 e V_D = 6500 .(0,80) = 5200, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

5000 . 1,3 . 0,8 = 5200

Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R$ 5.200,00

Questões

01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – GR Consultoria e Assessoria) Marcos comprou um produto e pagou R$ 108,00, já inclusos 20% de juros. Se tivesse comprado o produto, com 25% de desconto, então, Marcos pagaria o valor de:

(A) R$ 67,50
(B) R$ 90,00
(C) R$ 75,00
(D) R$ 72,50

02. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – VUNESP) O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20% estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

(A) 1/5.
(B) 1/6.

(C) 2/5.
(D) 2/9.
(E) 3/5.

03. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – GR Consultoria e Assessoria) Quando calculamos 15% de 1.130, obtemos, como resultado
(A) 150
(B) 159,50;
(C) 165,60;
(D) 169,50.

04. (ALMG – Analista de Sistemas – FUMARC) O Relatório Setorial do Banco do Brasil publicado em 02/07/2013 informou:
[...] Após queda de 2,0% no mês anterior, segundo o Cepea/Esalq, as cotações do açúcar fecharam o último mês com alta de 1,2%, atingindo R$ 45,03 / saca de 50 kg no dia 28. De acordo com especialistas, o movimento se deve à menor oferta de açúcar de qualidade, além da firmeza nas negociações por parte dos vendedores. Durante o mês de junho, o etanol mostrou maior recuperação que o açúcar, com a cotação do hidratado chegando a R$ 1,1631/litro (sem impostos), registrando alta de 6,5%. A demanda aquecida e as chuvas que podem interromper mais uma vez a moagem de cana-de-açúcar explicam cenário mais positivo para o combustível.
Fonte: BB-BI Relatório Setorial: Agronegócios-junho/2013 - publicado em 02/07/2013.

Com base nos dados apresentados no Relatório Setorial do Banco do Brasil, é CORRETO afirmar que o valor, em reais, da saca de 50 kg de açúcar no mês de maio de 2013 era igual a
(A) 42,72
(B) 43,86
(C) 44,48
(D) 54,03

05. (Câmara de Chapecó/SC – Assistente de Legislação e Administração – OBJETIVA) Em determinada loja, um sofá custa R$ 750,00, e um tapete, R$ 380,00. Nos pagamentos com cartão de crédito, os produtos têm 10% de desconto e, nos pagamentos no boleto, têm 8% de desconto. Com base nisso, realizando-se a compra de um sofá e um tapete, os valores totais a serem pagos pelos produtos nos pagamentos com cartão de crédito e com boleto serão, respectivamente:
(A) R$ 1.100,00 e R$ 1.115,40.
(B) R$ 1.017,00 e R$ 1.039,60.
(C) R$ 1.113,00 e R$ 1.122,00.
(D) R$ 1.017,00 e R$ 1.010,00.

06. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Um vendedor recebe comissões mensais da seguinte maneira: 5% nos primeiros 10.000 reais vendidos no mês, 6% nos próximos 10.000,00 vendidos, e 7% no valor das vendas que excederem 20.000 reais. Se o total de vendas em certo mês foi de R$ 36.000,00, quanto será a comissão do vendedor?
(A) R$ 2.120,00
(B) R$ 2.140,00
(C) R$ 2.160,00
(D) R$ 2.180,00
(E) R$ 2.220,00

07. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST) Uma loja compra televisores por R$ 1.500,00 e os revende com um acréscimo de 40%. Na liquidação, o preço de revenda do televisor é diminuído em 35%. Qual o preço do televisor na liquidação?
(A) R$ 1.300,00
(B) R$ 1.315,00
(C) R$ 1.330,00
(D) R$ 1.345,00
(E) R$ 1.365,00

08. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?

(A) 67%.
(B) 61%.
(C) 65%.
(D) 63%.
(E) 69%.

09. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB) Numa liquidação de bebidas, um atacadista fez a seguinte promoção:

Cerveja em lata: R$ 2,40 a unidade.
Na compra de duas embalagens com 12 unidades cada, ganhe 25% de desconto no valor da segunda embalagem.

Alexandre comprou duas embalagens nessa promoção e revendeu cada unidade por R$3,50. O lucro obtido por ele com a revenda das latas de cerveja das duas embalagens completas foi:

(A) R$ 33,60
(B) R$ 28,60
(C) R$ 26,40
(D) R$ 40,80
(E) R$ 43,20

10. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – GR Consultoria e Assessoria) Marcos gastou 30% de 50% da quantia que possuía e mais 20% do restante. A porcentagem que lhe sobrou do valor, que possuía é de:

(A) 58%
(B) 68%
(C) 65%
(D) 77,5%

Comentários

01. Resposta: A.

Como o produto já está acrescido de 20% juros sobre o seu preço original, temos que:

100% + 20% = 120%

Precisamos encontrar o preço original (100%) da mercadoria para podermos aplicarmos o desconto. Utilizaremos uma regra de 3 simples para encontrarmos:

R$ %
108 ---- 120
X ----- 100

120x = 108.100 → 120x = 10800 → x = 10800/120 → x = 90,00

O produto sem o juros, preço original, vale R$ 90,00 e representa 100%. Logo se receber um desconto de 25%, significa ele pagará 75% (100 – 25 = 75%) → 90. 0,75 = 67,50

Então Marcos pagou R$ 67,50.

02. Resposta: B.

* Dep. Contabilidade: $\frac{15}{100}.20 = \frac{30}{10} = 3 \rightarrow 3$ (estagiários)

* Dep. R.H.: $\frac{20}{100}.10 = \frac{200}{100} = 2 \rightarrow$ 2 (estagiários)

$* Total = \frac{números\ estagiários}{números\ de\ funcionários} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

03. Resposta: D.

15% de 1130 = 1130.0,15 ou 1130.15/100 → 169,50

04. Resposta: C.

1,2% de 45,03 = $\frac{1,2}{100}$. $45,03 = 0,54$

Como no mês anterior houve queda, vamos fazer uma subtração.

45,03 – 0,54 = 44,49

05. Resposta: B.

Cartão de crédito: 10/100. (750 + 380) = 1/10 . 1130 = 113

1130 – 113 = R$ 1017,00

Boleto: 8/100. (750 + 380) = 8/100 . 1130 = 90,4

1130 – 90,4 = R$ 1039,60

06. Resposta: E.

5% de 10000 = 5 / 100. 10000 = 500

6% de 10000 = 6 / 100. 10000 = 600

7% de 16000 (= 36000 – 20000) = 7 / 100. 16000 = 1120

Comissão = 500 + 600 + 1120 = R$ 2220,00

07. Resposta: E.

Preço de revenda: 1500 + 40 / 100. 1500 = 1500 + 600 = 2100

Preço com desconto: 2100 – 35 / 100. 2100 = 2100 – 735 = R$ 1365,00

08. Resposta: A.

Preço de venda: V

Preço de compra: C

V – 0,16V = 1,4C

0,84V = 1,4C

$\frac{V}{C} = \frac{1,4}{0,84} = 1,67$

O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.

09. Resposta: A.

2,40 . 12 = 28,80

Segunda embalagem: 28,80. 0,75 = 21,60

As duas embalagens: 28,80 + 21,60 = 50,40

Revenda: 3,5. 24 = 84,00

Lucro: R$ 84,00 – R$ 50,40 = R$ 33,60

O lucro de Alexandre foi de R$ 33,60

10. Resposta: B.

De um total de 100%, temos que ele gastou 30% de 50% = 30%.50% = 15% foi o que ele gastou, sobrando: 100% - 15% = 85%. Desses 85% ele gastou 20%, logo 20%.85% = 17%, sobrando:

85% - 17% = 68%.

5. Raciocínio lógico analítico

Raciocínio lógico analítico, na verdade, é outra denominação para **Raciocínio Crítico**, na qual trata-se de uma mistura de lógica com interpretação de textos.

Vejamos:

Na biblioteca do colégio, um estudante conversa com seu colega: "Imagine só, ontem, perdi, uma cédula de 100 e só hoje a encontrei, dentro do dicionário entre as páginas 99 e 100". Se o rapaz estava mentindo, como se descobre sua mentira?

Solução: Em qualquer livro que tenha 100 páginas ou mais, as páginas 99 e 100 estão sempre na face anterior e posterior da mesma folha. A cédula de 100 reais não poderia estar entre elas, logo, o rapaz está mentindo.

Ao estudar Raciocínio Analítico, estamos no campo da “lógica informal”, que é menos rigorosa/extremista. De qualquer forma, a uma primeira vista podemos fazer um julgamento preliminar desse argumento. O seu senso crítico não deve ter deixado que você fique inteiramente convencido da ideia que estava sendo defendida pelo texto. Isto porque, de fato, essa fala apresenta alguns erros de argumentação que são as falácias.

Observe que:

Premissa 1: todas as pessoas com câncer que eu conheço bebiam café
Quantas pessoas de fato a pessoa que faz tal afirmação conhecia? 100? 200? O fato que isto não significa generalizar é afirmar que TODO mundo que bebe café vai morrer de câncer.

Premissa 2: uma médica bastante conhecida parou de ingerir este alimento para evitar a doença
Será essa médica especialista em oncologia (especialidade médica que se dedica ao estudo e tratamento da neoplasia, incluindo sua etiologia e desenvolvimento)? Ou será ela pediatra? Aqui a pessoa que escreve este texto baseou suas informações prestadas por uma médica que ele conhecia, nem sabemos de fato a especialidade desta médica.

Premissa 3: o número de casos de câncer tem aumentado, assim como o consumo de café
Uma informação não pode afirmar a correlação entre as mesmas. Há estudos que comprovem isso? Este fato é isolado a uma região?

Logo a conclusão não pode ser aceita como válida ou como uma verdade, pois nossos questionamentos nos levam a crer que este argumento não é dito como válido. Pois podem existir pessoas com câncer que não bebem café e pessoas que bebem café e não tem câncer.

Se na prova perguntasse: "Qual das informações abaixo, se for verdadeira, mais enfraquece o argumento apresentado?"
(A) O autor do texto conhece 100 pessoas com câncer.
(B) a médica referida pelo autor é pediatra, só tendo estudado oncologia brevemente durante a faculdade há 20 anos.
(C) as regiões do país onde o aumento do consumo de café tem sido maior nos últimos anos também são as regiões que têm registrado os maiores aumentos na incidência de câncer.
(D) todos os conhecidos do autor bebem café.

Solução: (“enfraquecer” o argumento é aquela afirmação que deixa a conclusão mais longe da sua validade) repare que duas das alternativas de resposta não enfraquecem o argumento, mas sim o reforçam: A e C. As outras duas alternativas enfraquecem o argumento, como vimos acima. Mas preste atenção na pergunta feita no enunciado: nós devemos marcar aquela informação que MAIS enfraquece o argumento. Com base na análise que fizemos acima, creio que você não tenha dificuldade de marcar a alternativa D. Afinal, na alternativa B, o mero fato de a médica ter estudado oncologia por um curto período e há muito tempo atrás não invalida totalmente a opinião dela, embora realmente enfraqueça um pouco a argumentação do autor do texto.

Mais alguns exemplos:

1) Nos últimos cinco anos, em um determinado país, verificou-se uma queda significante nas vendas de cigarros. Essa queda coincidiu com a intensificação das campanhas públicas de conscientização acerca dos malefícios à saúde provocados pelo fumo. Portanto, a queda nas vendas de cigarro deve ter sido causada pelo receio das pessoas em relação aos graves prejuízos que o fumo traz para a saúde. Qual dos fatos a seguir, se for verdadeiro, enfraquecerá consideravelmente o argumento apresentado?
(A) Nos últimos anos, a indústria tabagista tem oferecido mais opções de cigarros aos consumidores, como os com sabores especiais e teores reduzidos de nicotina.
(B) O preço dos cigarros subiu consideravelmente nos últimos cinco anos, devido a uma praga que afetou as plantações de tabaco ao redor do mundo.
(C) A procura por produtos ligados a tratamentos antifumo, como os chicletes e adesivos de nicotina, cresceu muito neste país nos últimos cinco anos.

(D) O consumo de outros tipos de fumo, como o charuto e o cachimbo, caiu 30% nos últimos cinco anos.

(E) De acordo com dados do Ministério da Saúde do país, o número de fumantes caiu 40% nos últimos cinco anos.

Resolução: devemos buscar a afirmação que enfraquece a ideia de que a redução nas vendas de cigarro foi devida ao aumento das campanhas de conscientização.

(A) ERRADO. Esse aumento de opções (inclusive opções mais saudáveis, com menos nicotina) não explica a redução do consumo de cigarros, mas ajudaria a explicar um eventual aumento neste consumo.

(B) CORRETO. Se houve uma forte alta no preço dos cigarros, talvez este fator tenha sido mais importante para a redução do consumo de cigarro que as campanhas de conscientização. Isto certamente enfraquece o argumento.

(C) ERRADO. A maior busca por tratamento não garante que esses tratamentos estejam sendo eficazes, isto é, o consumo de cigarro por viciados esteja diminuindo.

(D) ERRADO. A queda no consumo de outros tipos de fumo não fornece uma explicação alternativa para a queda no consumo de cigarro. Continuamos podendo acreditar que as responsáveis pela queda no consumo sejam as campanhas de conscientização.

(E) ERRADO. A queda do número de fumantes pode ter ocorrido justamente devido à intensificação das campanhas de conscientização nos últimos 5 anos, e assim propiciado também a queda nas vendas de cigarro.

Resposta: B.

2) Há 2 anos, a Universidade Delta implantou um processo em que os alunos da graduação realizam uma avaliação da qualidade didática de todos os seus professores ao final do semestre letivo. Os professores mal avaliados pelos alunos em três semestres consecutivos são demitidos da instituição. Desde então, as notas dos alunos têm aumentado: a média das notas atuais é 70% maior do que a média de 2 anos atrás. A causa mais provável para o aumento de 70% nas notas é:

(A) a melhoria da qualidade dos alunos que entraram na Universidade Delta nos últimos 2 anos, atraídos pelo processo de avaliação dos docentes.

(B) a demissão dos professores mal avaliados, que são substituídos por professores mais jovens, com mais energia para motivar os alunos para o estudo.

(C) o aumento da cola durante as avaliações, fenômeno que tem sido observado, nos últimos anos, nas principais instituições educacionais brasileiras.

(D) uma diminuição no nível de dificuldade das avaliações elaboradas pelos professores, receosos de serem mal avaliados pelos alunos caso sejam exigentes.

(E) a melhoria da qualidade das aulas em geral, o que garante que os alunos aprendam os conteúdos de maneira mais profunda, elevando a média das avaliações.

Resolução: antes de avaliar as alternativas, repare que um aumento de 70% significa que, se a nota média dos alunos anteriormente era 6 (em 10 pontos), após o aumento a nota média passou a ser 10 (nota máxima!). Isto é, estamos diante de um aumento muito expressivo das notas.

(A) ERRADO. Pode até ser que alunos melhores tenham sido atraídos pelo processo mais rigoroso de avaliação dos docentes, mas é improvável que isto justifique um aumento tão grande nas notas. Seriam necessários alunos MUITO melhores.

(B) ERRADO. Note que a medida foi implementada há apenas 4 semestres (2 anos), e são necessários pelo menos 3 semestres completos para que os professores mal avaliados começassem a ser demitidos. Isto é, é improvável acreditar que os efeitos da substituição de professores estivessem sendo sentidos de maneira tão intensa em tão pouco tempo.

(C) ERRADO. Se de fato houve aumento da cola, é provável que isso tenha influenciado um aumento das notas, mas um aumento tão expressivo como o citado no item A (de 6 para 10 pontos) exigiria um aumento massivo da cola.

(D) CORRETO. É possível acreditar que uma redução na dificuldade das provas seja capaz de gerar um aumento expressivo nas notas dos alunos. Basta cobrar os tópicos mais básicos e/ou mais intuitivos de cada disciplina. Esta tese é mais crível que as demais.

(E) ERRADO. Ainda que os professores, com medo da demissão, tenham melhorado a qualidade de suas aulas, é improvável que está melhoria de qualidade seja responsável por uma variação tão expressiva nas notas.

Resposta: D.

Questões

01. (DPE/SP – Oficial de Defensoria Pública – FCC) Ana, Bete e Ciça conversam sobre suas idades dizendo:

Ana: − Tenho 22 anos, dois a menos do que Bete, e um ano a mais do que Ciça.

Ciça: − Tenho 27 anos, Ana tem 22 anos, e Bete tem 28 anos.

Bete: − Ciça tem 7/8 da minha idade, a mais velha de nós tem 4 anos a mais do que a mais nova; Ciça disse apenas uma mentira.

Sabendo que Ana sempre diz a verdade, é correto afirmar que

(A) Ciça disse apenas uma mentira.
(B) Ciça disse três mentiras.
(C) Bete disse três mentiras.
(D) Bete disse apenas verdades.
(E) Bete disse apenas uma verdade.

02. (TCE/CE – Técnico de Controle Externo – Administração – FCC) Em uma família de 6 pessoas, um bolo foi dividido no jantar. Cada pessoa ficou com 2 pedaços do bolo. Na manhã seguinte, a avó percebeu que tinham roubado um dos seus dois pedaços de bolo. Indignada, fez uma reunião de família para descobrir quem tinha roubado o seu pedaço de bolo e perguntou para as outras 5 pessoas da família: “Quem pegou meu pedaço de bolo?"

As respostas foram:
Guilherme: “Não foi eu"
Telma: “O Alexandre que pegou o bolo".
Alexandre: “A Caroline que pegou o bolo".
Henrique: “A Telma mentiu"
Caroline: “O Guilherme disse a verdade".

A avó, sabendo que uma pessoa estava mentindo e que as outras estavam falando a verdade, pôde concluir que quem tinha pegado seu pedaço de bolo foi

(A) Guilherme.
(B) Telma.
(C) Alexandre.
(D) Henrique.
(E) Caroline.

03. (PC-AC- Delegado de Polícia Civil – IBADE/2017) Leonardo, Rodrigo e Paulo são professores de uma famosa rede de ensino. Cada um leciona apenas uma das seguintes disciplinas: Sociologia, Matemática e Química. Uma pessoa que não os conhece, pergunta sobre a disciplina que cada um leciona e obtém as seguintes respostas:

Leonardo: Paulo leciona Sociologia.
Rodrigo: Leonardo não leciona Sociologia.
Paulo: Rodrigo não leciona Matemática.
Se as três respostas dadas são verdadeiras, pode-se afirmar que:

(A) Paulo leciona Química.
(B) Leonardo leciona Sociologia.
(C) Rodrigo leciona Matemática.
(D) Leonardo leciona Química.
(E) Rodrigo leciona Química.

04. (SEGEP-MA – Auditor Fiscal da Receita Estadual- FCC/2016) Quatro meninos têm 5, 7, 9 e 11 carrinhos cada um. A respeito da quantidade de carrinhos que cada um tem, eles afirmaram:

− Antônio: Eu tenho 5 carrinhos;
− Bruno: Eu tenho 11 carrinhos;
− Cássio: Antônio tem 9 carrinhos;
− Danilo: Eu tenho 9 carrinhos.

Se apenas um deles mentiu, tendo os outros dito a verdade, então é correto concluir que a soma do número de carrinhos de Antônio, Bruno e Cássio é igual a

(A) 23
(B) 25
(C) 21
(D) 27
(E) 22

Respostas

01. Resposta: E.

Como a Ana fala a verdade:
Ana: 22 anos
Bete: 24 anos
Ciça: 21 anos

Portanto Ciça diz 2 mentiras (que ela tem 27 anos e que Bete tem 28 anos)
Bete diz que Ciça tem 7/8 da sua idade:

$$\frac{24.7}{8} = 21\ anos$$

Portanto, verdade.

A mais velha é Bete que tem 24 anos e a mais Nova é Ciça com 21 anos, portanto são 3 anos de diferença e não 4.

E Ciça disse 2 mentiras.

Ou seja, Bete também disse 2 mentiras (a diferença de idade e que Ciça disse apenas uma mentira).

Ana: 3 verdades
Ciça: 2 mentiras e 1 verdade
Bete: 2 mentiras e 1 verdade

02. Resposta: E.

Vamos fazer a tabela de hipóteses para ficar mais fácil
As hipóteses serão trabalhadas como se cada um tivesse comido o bolo.
Hipótese 1: Guilherme comeu
Hipótese 2: Telma comeu
Hipótese 3: Alexandre comeu
Hipótese 4: Henrique comeu
Hipótese 5: Caroline comeu

Nomes	O que disse	Hipótese 1	Hipótese 2	Hipótese 3	Hipótese 4	Hipótese 5
Guilherme	Não fui eu	F	V	V	V	V
Telma	O Alexandre que pegou o bolo	F	F	V	F	F
Alexandre	A Carolina que pegou o bolo	F	F	F	F	V
Henrique	A Telma mentiu	V	V	F	V	V
Caroline	O Guilherme disse a Verdade	F	V	V	V	V

A hipótese 5 é a única que tem 1 falsa. Portanto, é a que está correta. Caroline comeu o bolo.

03. Resposta: E.

Leonardo: Paulo leciona Sociologia.

Paulo: Rodrigo não leciona Matemática. Podemos afirmar então que R leciona Q, por causa da 1° afirmação.

Logo, P -> M. R->Q. P->S

Alternativa E.

04. Resposta: A.

Danilo disse que tem 9 carrinhos e Cássio disse que Antônio também tem 9 carrinhos, ou seja, um dos dois necessariamente está mentindo, assim sendo Antônio e Bruno estão falando a verdade.

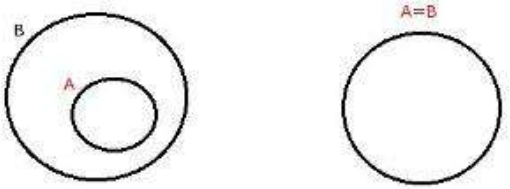
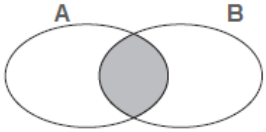
Se Antônio está necessariamente falando a verdade, então ele tem 5 carrinhos e não 9.

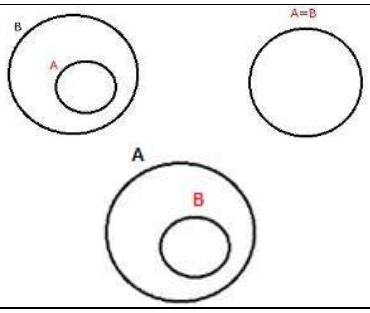
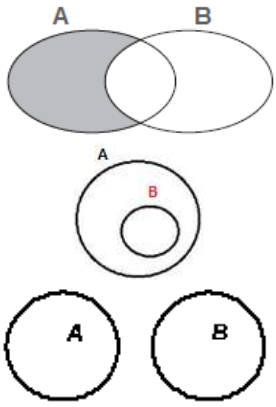
Conclusão: Cássio mentiu e, assim, possui 7 carrinhos já que os demais falam a verdade. 5+11+7 = 23, alternativa A.

6. Diagramas lógicos

Os **diagramas lógicos** muito comuns em provas de raciocínio lógico, é uma ferramenta para resolvermos problemas que envolvam argumentos dedutivos, as quais as premissas deste argumento podem ser formadas por **proposições categóricas**, ou seja, proposições do tipo “Todo A é B”, “Nenhum A é B””, “Algum A é B” e “Algum A não é B”. Os diagramas lógicos ou digramas de Euller-Venn, ajudam (e sustentam) a conclusão deste argumento dedutível.

Vejamos a tabela abaixo as proposições categóricas:

Tipo	Proposição	Quantidade	Extensão	Diagramas
A	TODO A é B	Afirmativa	Universal	 Se um elemento pertence ao conjunto A, então pertence também a B.
E	NENHUM A é B	Negativa	Universal	 Existe pelo menos um elemento que pertence a A, então não pertence a B, e vice-versa.
I	ALGUM A é B	Afirmativa	Particular	 Existe pelo menos um elemento comum aos conjuntos A e B. Podemos ainda representar das seguintes formas:

				
O	ALGUM A NÃO é B	Negativa	Particular	 Perceba-se que, nesta sentença, a atenção está sobre o(s) elemento (s) de A que não são B (enquanto que, no "Algum A é B", a atenção estava sobre os que eram B, ou seja, na intercessão). Temos também no segundo caso, a diferença entre conjuntos, que forma o conjunto A - B

Temos ainda que:

Proposição	Equivalência	Negação
TODO A é B	NENHUM NÃO	ALGUM NÃO
NENHUM A é B	TODO NÃO	ALGUM
ALGUM A é B	Existe A que é B	NENHUM
ALGUM A NÃO é B	Pelo MENOS UM a que É B	TODO

- Inclusão
Todo, toda, todos, todas.

- Interseção
Algum, alguns, alguma, algumas.

Ex.: Todos brasilienses são bons ciclistas.
Negação lógica: Algum brasiliense não é bom ciclista.

- Disjunção
Nenhum A é B.

Ex.: Algum brasiliense não é bom ciclista.
Negação lógica: Nenhum brasiliense é bom ciclista.

Vamos ver um exemplo:

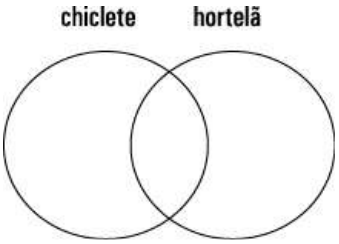
1) (CETRO) Em um pote de doces, sabe-se que existe pelo menos um chiclete que é de hortelã. Sabe-se, também, que todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes. Segue-se, portanto, necessariamente que:

(A) todo doce verde é de hortelã;
(B) todo doce verde é chiclete;
(C) nada que não seja verde é chiclete;
(D) algum chiclete é verde;
(E) algum chiclete não é verde.

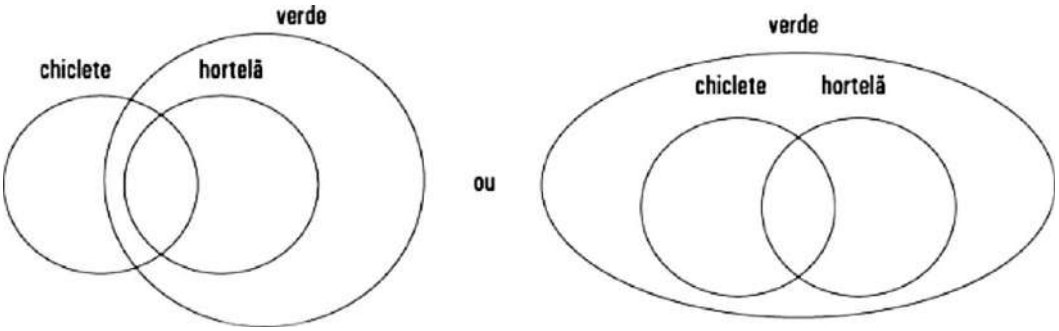
Primeiramente vamos separar as premissas e analisa-las colocando-as dentro dos seus respectivos diagramas.

P1: existe pelo menos um chiclete que é de hortelã;
P2: todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes.
Portanto, representando as premissas P1 e P2 na forma de diagramas lógicos, obteremos a seguinte situação conclusiva:

P1: existe pelo menos um chiclete que é de hortelã;



P2: todos os doces do pote, que são de sabor hortelã, são verdes.



Por esses diagramas, podemos concluir que:
a) nem todo chiclete é de hortelã e verde;
b) algum chiclete é de hortelã e verde;
c) todos os chicletes podem ser verdes ou não.

Vamos analisar cada alternativa:
a) todo doce verde é de hortelã (ERRADO, pois nem todo doce verde é de hortelã);
b) todo doce verde é chiclete (ERRADO, pois nem todo doce verde é chiclete);
c) nada que não seja verde é chiclete (ERRADO, pois alguns chicletes não são verdes);
d) algum chiclete é verde (CERTO);
e) algum chiclete não é verde (ERRADO, pois não podemos afirmar esse fato).
Resposta D.

Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

Questões

01. Represente por diagrama de Venn-Euler
(A) Algum A é B
(B) Algum A não é B
(C) Todo A é B
(D) Nenhum A é B

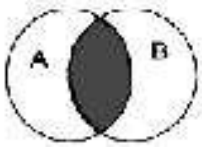
02. (Especialista em Políticas Públicas Bahia - FCC) Considerando “todo livro é instrutivo” como uma proposição verdadeira, é correto inferir que:
(A) “Nenhum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.
(B) “Algum livro é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.
(C) “Algum livro não é instrutivo” é uma proposição verdadeira ou falsa.
(D) “Algum livro é instrutivo” é uma proposição verdadeira ou falsa.
(E) “Algum livro não é instrutivo” é uma proposição necessariamente verdadeira.

03. Dos 500 músicos de uma Filarmônica, 240 tocam instrumentos de sopro, 160 tocam instrumentos de corda e 60 tocam esses dois tipos de instrumentos. Quantos músicos desta Filarmônica tocam:
(A) instrumentos de sopro ou de corda?
(B) somente um dos dois tipos de instrumento?
(C) instrumentos diferentes dos dois citados?

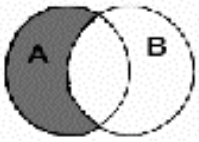
04. (TTN - ESAF) Se é verdade que “Alguns A são R” e que “Nenhum G é R”, então é necessariamente verdadeiro que:
(A) algum A não é G;
(B) algum A é G.
(C) nenhum A é G;
(D) algum G é A;
(E) nenhum G é A;

Respostas

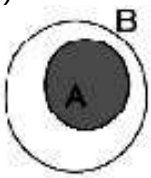
01.
(A)



(B)



(C)



(D)



02. Resposta: B



A opção A é descartada de pronto: “nenhum livro é instrutivo” implica a total dissociação entre os diagramas. E estamos com a situação inversa. A opção “B” é perfeitamente correta. Percebam como todos os elementos do diagrama “livro” estão inseridos no diagrama “instrutivo”. Resta necessariamente perfeito que algum livro é instrutivo.

03. Seja *C* o conjunto dos músicos que tocam instrumentos de corda e *S* dos que tocam instrumentos de sopro. Chamemos de *F* o conjunto dos músicos da Filarmônica. Ao resolver este tipo de problema faça o diagrama, assim você poderá visualizar o problema e sempre comece a preencher os dados de dentro para fora.

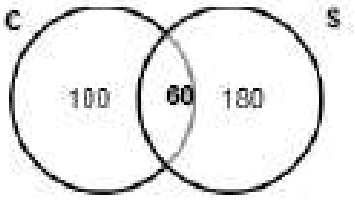
Passo 1: 60 tocam os dois instrumentos, portanto, após fazermos o diagrama, este número vai no meio.

Passo 2:

a) 160 tocam instrumentos de corda. Já temos 60. Os que só tocam corda são, portanto 160 - 60 = 100

b) 240 tocam instrumento de sopro. 240 - 60 = 180

Vamos ao diagrama, preenchemos os dados obtidos acima:



Com o diagrama completamente preenchido, fica fácil achara as respostas: Quantos músicos desta Filarmônica tocam:

a) instrumentos de sopro ou de corda? Pelos dados do problema: 100 + 60 + 180 = 340

b) somente um dos dois tipos de instrumento? 100 + 180 = 280

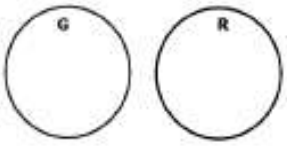
c) instrumentos diferentes dos dois citados? 500 - 340 = 160

04. Resposta: A.

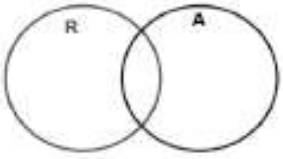
Esta questão traz, no enunciado, duas proposições categóricas:

- Alguns A são R
- Nenhum G é R

Devemos fazer a representação gráfica de cada uma delas por círculos para ajudar-nos a obter a resposta correta. Vamos iniciar pela representação do Nenhum G é R, que é dada por dois círculos separados, sem nenhum ponto em comum.

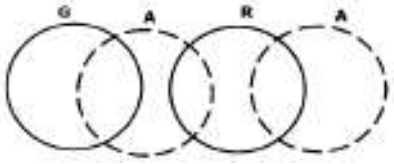


Como já foi visto, não há uma representação gráfica única para a proposição categórica do *Alguns A são R*, mas geralmente a representação em que os dois círculos se interceptam (mostrada abaixo) tem sido suficiente para resolver qualquer questão.



Agora devemos juntar os desenhos das duas proposições categóricas para analisarmos qual é a alternativa correta. Como a questão não informa sobre a relação entre os conjuntos A e G, então teremos diversas maneiras de representar graficamente os três conjuntos (A, G e R). A alternativa correta vai ser aquela que é verdadeira para quaisquer dessas representações. Para facilitar a solução da questão não

faremos todas as representações gráficas possíveis entre os três conjuntos, mas sim, uma (ou algumas) representação(ões) de cada vez e passamos a analisar qual é a alternativa que satisfaz esta(s) representação(ões), se tivermos somente uma alternativa que satisfaça, então já achamos a resposta correta, senão, desenhamos mais outra representação gráfica possível e passamos a testar somente as alternativas que foram verdadeiras. Tomemos agora o seguinte desenho, em que fazemos duas representações, uma em que o conjunto *A* intercepta parcialmente o conjunto *G*, e outra em que não há intersecção entre eles.



Teste das alternativas:

Teste da alternativa “A” (algum A não é G). Observando os desenhos dos círculos, verificamos que esta alternativa é verdadeira para os dois desenhos de *A*, isto é, nas duas representações há elementos em *A* que não estão em *G*. Passemos para o teste da próxima alternativa.

Teste da alternativa “B” (algum A é G). Observando os desenhos dos círculos, verificamos que, para o desenho de *A* que está mais à direita, esta alternativa não é verdadeira, isto é, tem elementos em *A* que não estão em *G*. Pelo mesmo motivo a alternativa “D” não é correta. Passemos para a próxima.

Teste da alternativa “C” (Nenhum A é G). Observando os desenhos dos círculos, verificamos que, para o desenho de *A* que está mais à esquerda, esta alternativa não é verdadeira, isto é, tem elementos em *A* que estão em *G*. Pelo mesmo motivo a alternativa “E” não é correta. Portanto, a resposta é a alternativa “A”.

7. Conjuntos, Análise combinatória e Probabilidade

CONJUNTOS

Conjunto[8] é uma reunião ou agrupamento, que poderá ser de pessoas, seres, objetos, classes…, dos quais possuem a mesma característica e nos dá ideia de coleção.

Noções Primitivas

Na teoria dos conjuntos, três noções são aceitas sem definições:
- Conjunto;
- Elemento;
- E a pertinência entre um elemento e um conjunto.

Um cacho de bananas, um cardume de peixes ou uma porção de livros são todos exemplos de conjuntos pois possuem elementos. Um elemento de um conjunto pode ser uma banana, um peixe ou um livro.

Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto.

Em geral indicaremos os conjuntos pelas letras maiúsculas A, B, C, ..., X, e os elementos pelas letras minúsculas a, b, c, ..., x, y, ..., embora não exista essa obrigatoriedade.

A relação de pertinência que nos dá um relacionamento entre um elemento e um conjunto.

Se x é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \in A$.
Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \notin A$.
Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

[8] *GONÇALVES, Antônio R. - Matemática para Cursos de Graduação – Contexto e Aplicações*
IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática Elementar – Vol. 01 – Conjuntos e Funções

Como Representar um Conjunto

1) Pela designação de seus elementos

Escrevemos os elementos entre chaves, separando os por vírgula.

Exemplos:

{a, e, i, o, u} indica o conjunto formado pelas vogais

{1, 2, 5,10} indica o conjunto formado pelos divisores naturais de 10.

2) Pela sua característica

Escrevemos o conjunto enunciando uma propriedade ou característica comum de seus elementos. Assim sendo, o conjunto dos elementos x que possuem a propriedade P é indicado por:

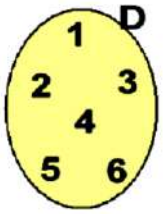
{x, | (tal que) x tem a propriedade P}.

Exemplos:

- {x| x é vogal} é o mesmo que {a, e, i, o, u}.
- {x | x são os divisores naturais de 10} é o mesmo que {1, 2, 5,10}.

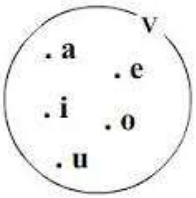
3) Pelo diagrama de Venn-Euler

Os elementos do conjunto são colocados dentro de uma figura em forma de elipse, chamada diagrama de Venn.

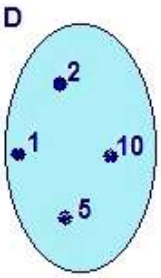


Exemplos:

- Conjunto das vogais



- Conjunto dos divisores naturais de 10



Igualdade de Conjuntos

Dois conjuntos A e B são ditos iguais (ou idênticos) se todos os seus elementos são iguais, e escrevemos A = B. Caso haja algum que não o seja, dizemos que estes conjuntos são distintos e escrevemos A ≠ B.

Exemplos:

a) A = {3, 5, 7} e B = {x| x é primo e 3 ≤ x ≤ 7}, então A = B.

b) B = {6, 9,10} e C = {10, 6, 9}, então B = C, note que a ordem dos elementos não altera a igualdade dos conjuntos.

Tipos de Conjuntos

- Conjunto Universo

Reunião de todos os conjuntos que estamos trabalhando.

Exemplo:

Quando falamos de números naturais, temos como Conjunto Universo os números inteiros positivos.

- Conjunto Vazio

Conjunto vazio é aquele que não possui elementos. Representa-se por $\emptyset$ ou, simplesmente { }.

Exemplo:

A = {x| x é natural e menor que 0}.

- Conjunto Unitário

Conjunto caracterizado por possuir apenas um único elemento.

Exemplos:

- Conjunto dos números naturais compreendidos entre 2 e 4. A = {3}.
- Conjunto dos números inteiros negativos compreendidos entre -5 e -7. B = {- 6}.

- Conjuntos Finitos e Infinitos

Finito: quando podemos enumerar todos os seus elementos.

Exemplo: Conjuntos dos Estados da Região Sudeste, S= {Rio de Janeiro, São Paulo, Espirito Santo, Minas Gerais}.

Infinito: contrário do finito.

Exemplo: Conjunto dos números inteiros, Z = {..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}. A reticências representa o infinito.

Relação de Pertinência

A pertinência é representada pelo símbolo $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence). Ele relaciona elemento com conjunto.

Exemplo:

Seja o conjunto B = {1, 3, 5, 7}

$1 \in B$, $3 \in B$, $5 \in B$

$2 \notin B$, $6 \notin B$, $9 \notin B$

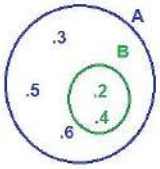
Subconjuntos

Quando todos os elementos de um conjunto A são também elementos de um outro conjunto B, dizemos que A é subconjunto de B.

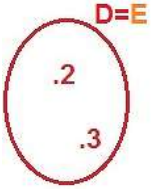
Podemos dizer ainda que subconjunto é quando formamos vários conjuntos menores com as mesmas caraterísticas de um conjunto maior.

Exemplos:

- $B = \{2, 4\} \subset A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, pois $2 \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $4 \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$



- $C = \{2, 7, 4\} \not\subset A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, pois $7 \notin \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $D = \{2, 3\} \subset E = \{2, 3\}$, pois $2 \in \{2, 3\}$ e $3 \in \{2, 3\}$



DICAS:
1) **Todo conjunto A é subconjunto dele próprio**;
2) O **conjunto vazio**, por convenção, é **subconjunto de qualquer conjunto**;
3) O conjunto das partes é o conjunto formado por todos os subconjuntos de A.

Exemplo: Pegando o conjunto B acima, temos as partes de B:
B= {{ },{2},{4},B}
Podemos concluir com essa propriedade que: Se B tem *n* elementos, então *B* possui 2^n subconjuntos e, portanto, P(B) possui 2^n elementos.
Se quiséssemos saber quantos subconjuntos tem o conjunto A = {2, 3, 4, 5, 6}, basta calcularmos aplicando o fórmula:
Números de elementos(n)= 5 → $2^n = 2^5 = 32$ subconjuntos, incluindo o vazio e ele próprio.

Relação de Inclusão

Deve ser usada para estabelecer a relação entre conjuntos com conjuntos, verificando se um conjunto é subconjunto ou não de outro conjunto.
Representamos as relações de inclusão pelos seguintes símbolos:

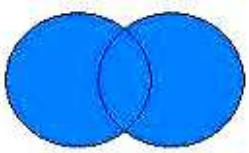
⊂→Está contido	⊃→Contém
⊄→Não está contido	⊅→Não contém

Exemplo:
Seja A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {0, 2, 4}
Dizemos que B ⊂ A ou que A ⊃ B

Operações com Conjuntos

- União de conjuntos

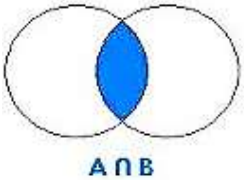
A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por A U B.
Simbolicamente: A U B = {x | x∈A ou x∈B}



Exemplos:
- {2, 3} U {4, 5, 6} = {2, 3, 4, 5, 6}
- {2, 3, 4} U {3, 4, 5} = {2, 3, 4, 5}
- {2, 3} U {1, 2, 3, 4} = {1, 2, 3, 4}
- {a, b} U ϕ = {a, b}

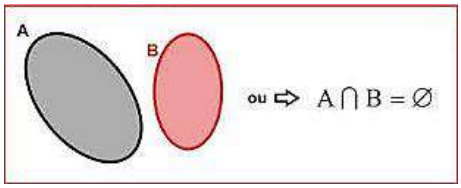
- Intersecção de conjuntos

A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B. Representa-se por A∩B. Simbolicamente: A∩B = {x | x ∈ A e x ∈ B}



Exemplos:
- {2, 3, 4} ∩ {3, 5} = {3}
- {1, 2, 3} ∩{2, 3, 4} = {2, 3}
- {2, 3} ∩{1, 2, 3, 5} = {2, 3}
- {2, 4} ∩{3, 5, 7} = ϕ

Observação: Se A∩B =ϕ, dizemos que A e B são **conjuntos disjuntos**.

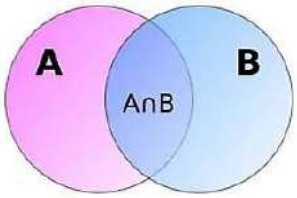


- Propriedades dos conjuntos disjuntos

1) A U (A ∩ B) = A
2) A ∩ (A U B) = A
3) Distributiva da reunião em relação à intersecção: A U (B U C) = (A U B) ∩ (A U C)
4) Distributiva da intersecção em relação à união: A ∩ (B U C) = (A ∩ B) U (A ∩ C)

- Número de Elementos da União e da Intersecção de Conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

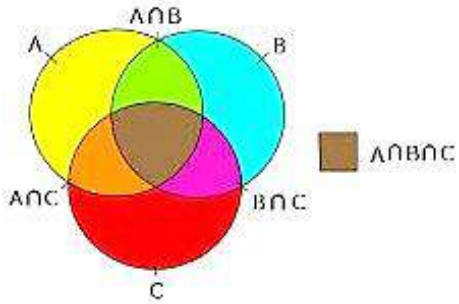
Note que ao subtrairmos os elementos comuns $\left(n(A \cap B)\right)$ evitamos que eles sejam contados duas vezes.

Observações:

a) Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.

b) Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

Observe o diagrama e comprove:



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

- Propriedades da União e Intersecção de Conjuntos

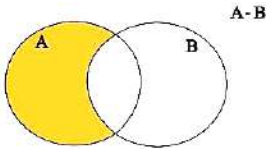
Sendo A, B e C conjuntos quaisquer, valem as seguintes propriedades:

1) Idempotente: A U A = A e A ∩ A= A
2) Elemento Neutro: A U Ø = A e A ∩ U = A
3) Comutativa: A U B = B U A e A ∩ B = B ∩ A
4) Associativa: A U (B U C) = (A U B) U C e A ∩ (B ∩ C) = (A ∩ B) ∩ C

- Diferença

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Representa-se por A – B. Para determinar a diferença entre conjuntos, basta observamos o que o conjunto A tem de diferente de B.

Simbolicamente: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$



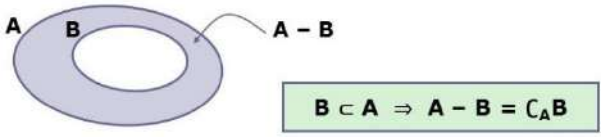
Exemplos:
- A = {0, 1, 2, 3} e B = {0, 2} ➔ A – B = {1, 3} e B – A = ϕ
- A = {1, 2, 3} e B = {2, 3, 4} ➔ A – B = {1} e B – A = {4}
- A = {0, 2, 4} e B = {1 ,3 ,5} ➔ A – B = {0, 2, 4} e B – A = {1, 3, 5}

Note que A – B ≠ B - A

- Complementar

Dados dois conjuntos A e B, tais que B ⊂ A (**B é subconjunto de A**), chama-se complementar de B em relação a A o conjunto A - B, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

Dizemos complementar de B em relação a A.



Exemplos:
Seja S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Então:
a) A = {2, 3, 4} $\Rightarrow \overline{A}$ = {0, 1, 5, 6}
b) B = {3, 4, 5, 6 } $\Rightarrow \overline{B}$ = {0, 1, 2}
c) C = $\phi \Rightarrow \overline{C}$ = S

Resolução de Problemas Utilizando Conjuntos

Muitos dos problemas constituem- se de perguntas, tarefas a serem executadas. Nos utilizaremos dessas informações e dos conhecimentos aprendidos em relação as operações de conjuntos para resolvê-los.

Exemplos:

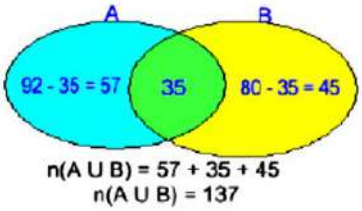
1) Numa pesquisa sobre a preferência por dois partidos políticos, A e B, obteve-se os seguintes resultados. Noventa e duas disseram que gostam do partido A, oitenta pessoas disseram que gostam do partido B e trinta e cinco pessoas disseram que gostam dos dois partidos. Quantas pessoas responderam à pesquisa?

Resolução pela Fórmula

» n(A U B) = n(A) + n(B) – n(A ∩ B)
» n(A U B) = 92 + 80 – 35
» n(A U B) = 137

Resolução pelo Diagrama:

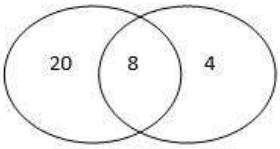
- Se 92 pessoas responderam gostar do partido A e 35 delas responderam que gostam de ambos, então o número de pessoas que gostam somente do partido A é: 92 – 35 = 57.
- Se 80 pessoas responderam gostar do partido B e 35 delas responderam gostar dos dois partidos, então o número de operários que gostam somente do partido B é: 80 – 35 = 45.
- Se 57 gostam somente do partido A, 45 responderam que gostam somente do partido B e 35 responderam que gostam dos dois partidos políticos, então o número de pessoas que responderam à pesquisa foi: 57 + 35 + 45 = 137.



2) Num grupo de motoristas, há 28 que dirigem automóvel, 12 que dirigem motocicleta e 8 que dirigem automóveis e motocicleta. Quantos motoristas há no grupo?

(A) 16 motoristas
(B) 32 motoristas
(C) 48 motoristas
(D) 36 motoristas

Resolução:

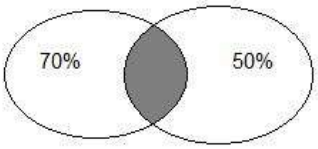


Os que dirigem automóveis e motocicleta: 8
Os que dirigem apenas automóvel: 28 – 8 = 20
Os que dirigem apenas motocicleta: 12 – 8 = 4
A quantidade de motoristas é o somatório: 20 + 8 + 4 = 32 motoristas.
Resposta: B

3) Em uma cidade existem duas empresas de transporte coletivo, A e B. Exatamente 70% dos estudantes desta cidade utilizam a Empresa A e 50% a Empresa B. Sabendo que todo estudante da cidade é usuário de pelo menos uma das empresas, qual o % deles que utilizam as duas empresas?

(A) 20%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 33%
(E) 35%

Resolução:



70 – 50 = 20.
20% utilizam as duas empresas.
Resposta: A.

Questões

01. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 dele não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a

(A) 15.
(B) 21.
(C) 18.
(D) 27.
(E) 16.

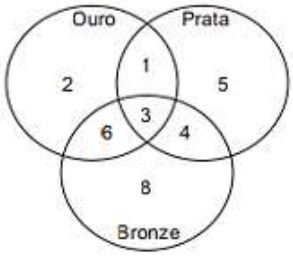
02. (UFS/SE - Tecnólogo em Radiologia - AOCP) Em uma pequena cidade, circulam apenas dois jornais diferentes. O jornal A e o jornal B. Uma pesquisa realizada com os moradores dessa cidade mostrou que 33% lê o jornal A, 45% lê o jornal B, e 7% leem os jornais A e B. Sendo assim, quantos por centos não leem nenhum dos dois jornais?

(A) 15%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 29%
(E) 35%

03. (TRT 19ª – Técnico Judiciário – FCC) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

(A) 58.
(B) 65.
(C) 76.
(D) 53.
(E) 95.

04. (Metrô/SP – Oficial Logística – FCC) O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam, cada um, apenas uma medalha de ouro.



A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de

(A) 15.
(B) 29.
(C) 52.
(D) 46.
(E) 40.

05. (Pref. de Camaçari/BA – Téc. Vigilância em Saúde NM – AOCP) Qual é o número de elementos que formam o conjunto dos múltiplos estritamente positivos do número 3, menores que 31?

(A) 9
(B) 10
(C) 11
(D) 12
(E) 13

06. (Pref. de Camaçari/BA – Téc. Vigilância Em Saúde NM – AOCP) Considere dois conjuntos A e B, sabendo que $A \cap B = \{3\}, A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 5\}$ *e* $A - B = \{1; 2\}$, assinale a alternativa que apresenta o conjunto B.

(A) {1;2;3}
(B) {0;3}
(C) {0;1;2;3;5}
(D) {3;5}
(E) {0;3;5}

07. (Pref. de Inês – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS) Numa biblioteca são lidos apenas dois livros, K e Z. 80% dos seus frequentadores leem o livro K e 60% o livro Z. Sabendo-se que todo frequentador é leitor de pelo menos um dos livros, a opção que corresponde ao percentual de frequentadores que leem ambos, é representado:

(A) 26%
(B) 40%
(C) 34%

(D) 78%
(E) 38%

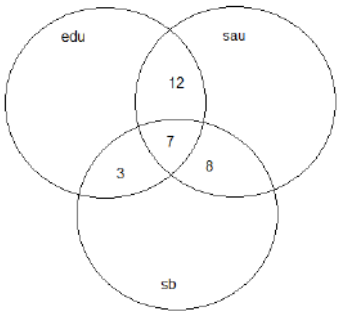
08. (Metrô/SP – Engenheiro Segurança do Trabalho – FCC) Uma pesquisa, com 200 pessoas, investigou como eram utilizadas as três linhas: A, B e C do Metrô de uma cidade. Verificou-se que 92 pessoas utilizam a linha A; 94 pessoas utilizam a linha B e 110 pessoas utilizam a linha C. Utilizam as linhas A e B um total de 38 pessoas, as linhas A e C um total de 42 pessoas e as linhas B e C um total de 60 pessoas; 26 pessoas que não se utilizam dessas linhas. Desta maneira, conclui-se corretamente que o número de entrevistados que utilizam as linhas A e B e C é igual a
(A) 50.
(B) 26.
(C) 56.
(D) 10.
(E) 18.

09. (Pref. de Inês – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS) Numa recepção, foram servidos os salgados pastel e casulo. Nessa, estavam presentes 10 pessoas, das quais 5 comeram pastel, 7 comeram casulo e 3 comeram as duas. Quantas pessoas não comeram nenhum dos dois salgados?
(A) 0
(B) 5
(C) 1
(D) 3
(E) 2

10. (Corpo de Bombeiros/MT – Oficial de Bombeiro Militar – UNEMAT) Em uma pesquisa realizada com alunos de uma universidade pública sobre a utilização de operadoras de celular, constatou-se que 300 alunos utilizam a operadora A, 270 utilizam a operadora B, 150 utilizam as duas operadoras (A e B) e 80 utilizam outras operadoras distintas de A e B.
Quantas pessoas foram consultadas?
(A) 420
(B) 650
(C) 500
(D) 720
(E) 800

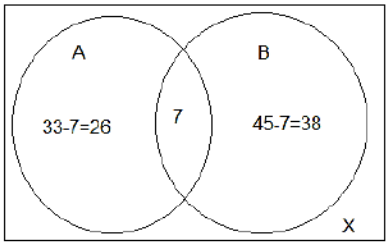
Comentários

01. Resposta: C
De acordo com os dados temos:
7 vereadores se inscreveram nas 3.
APENAS 12 se inscreveram em educação e saúde (o 12 não deve ser tirado de 7 como costuma fazer nos conjuntos, pois ele já desconsidera os que se inscreveram nos três)
APENAS 8 se inscreveram em saúde e saneamento básico.
São 30 vereadores que se inscreveram nessas 3 comissões, pois 13 dos 43 não se inscreveram.
Portanto, 30 – 7 – 12 – 8 = 3
Se inscreveram em educação e saneamento 3 vereadores.



Em saneamento se inscreveram: 3 + 7 + 8 = 18

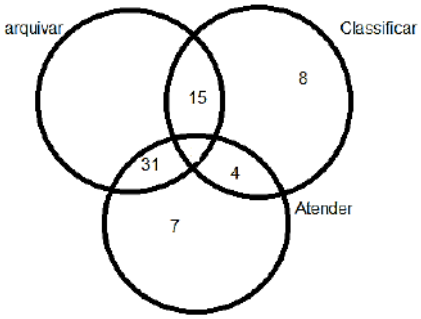
02. Resposta: D



26 + 7 + 38 + x = 100
x = 100 - 71
x = 29%

03. Resposta: B

Técnicos arquivam e classificam: 15
Arquivam e atendem: 46 – 15 = 31
Classificam e atendem: 4
Classificam: 15 + 4 = 19 como são 27 faltam 8
Dos 11 técnicos aptos a atender ao público 4 são capazes de classificar processos, logo apenas 11 - 4 = 7 técnicos são aptos a atender ao público.
Somando todos os valores obtidos no diagrama teremos: 31 + 15 + 7 + 4 + 8 = 65 técnicos.



04. Resposta: D

O diagrama mostra o número de atletas que ganharam medalhas.
No caso das intersecções, devemos multiplicar por 2 por ser 2 medalhas e na intersecção das três medalhas multiplica-se por 3.
Intersecções:
$6 \cdot 2 = 12$
$1 \cdot 2 = 2$
$4 \cdot 2 = 8$
$3 \cdot 3 = 9$
Somando as outras:
2 + 5 + 8 + 12 + 2 + 8 + 9 = 46

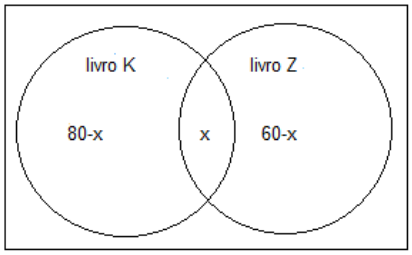
05. Resposta: B

Se nos basearmos na tabuada do 3, teremos o seguinte conjunto
A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
10 elementos.

06. Resposta: E

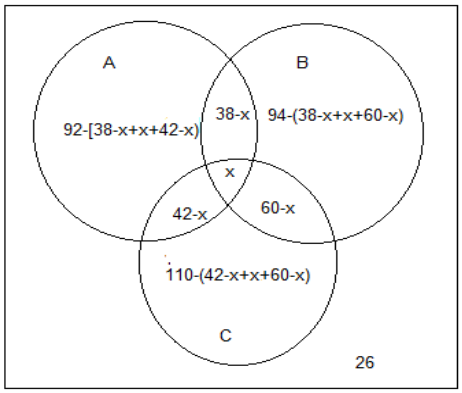
A intersecção dos dois conjuntos, mostra que 3 é elemento de B.
A – B são os elementos que tem em A e não em B.
Então de A ∪ B, tiramos que B = {0; 3; 5}.

07. Resposta: B



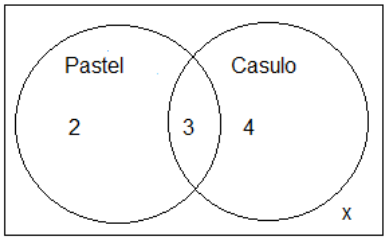
80 – x + x + 60 – x = 100
- x = 100 - 140
x = 40%

08. Resposta: E



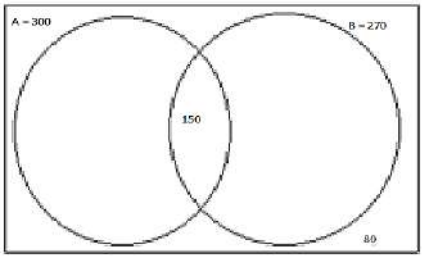
92-[38-x+x+42-x]+94-[38-x+x+60-x]+110-[42-x+x+60-x]+(38-x)+x+(42-x)+(60-x)+26=200
92 - [80 - x] + 94 - [98 - x] + 110 - [102 - x] + 38 + 42 – x + 60 – x + 26 = 200
92 – 80 +x + 94 – 98 +x + 110 – 102 + x + 166 -2x = 200
x + 462 – 280 = 200 ➔ x + 182 = 200 ➔ x = 200-182 ➔ x = 18

09. Resposta: C



2 + 3 + 4 + x = 10
x = 10 - 9
x = 1

10. Resposta: C



300 – 150 = 150
270 – 150 = 120
Assim: 150 + 120 + 150 + 80 = 500(total).

A **Análise Combinatória**[9] é a parte da Matemática que desenvolve meios para trabalharmos com problemas de contagem, sendo eles:

- Princípio Fundamental da Contagem (PFC);
- Fatorial de um número natural;
- Tipos de Agrupamentos Simples (Arranjo, permutação e combinação);
- Tipos de Agrupamentos com Repetição (Arranjo, permutação e combinação).

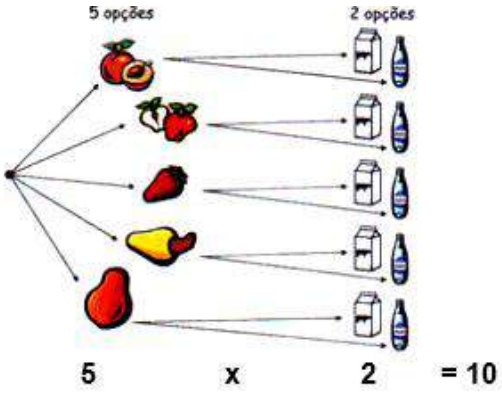
A Análise Combinatória é o suporte da Teoria das Probabilidades, e de vital importância para as ciências aplicadas, como a Medicina, a Engenharia, a Estatística entre outras.

Princípio Fundamental da Contagem-PFC (Princípio Multiplicativo)

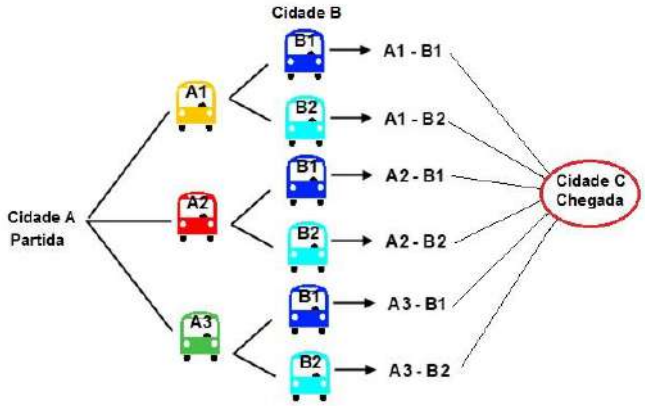
O **princípio multiplicativo ou fundamental da contagem** constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos, através das possibilidades dadas. É uma das técnicas mais utilizadas para contagem, mas também dependendo da questão pode se tornar trabalhosa.

Exemplos

1) Imagine que, na cantina de sua escola, existem cinco opções de suco de frutas: pêssego, maçã, morango, caju e mamão. Você deseja escolher apenas um desses sucos, mas deverá decidir também se o suco será produzido com água ou leite. Escolhendo apenas uma das frutas e apenas um dos acompanhamentos, de quantas maneiras poderá pedir o suco?

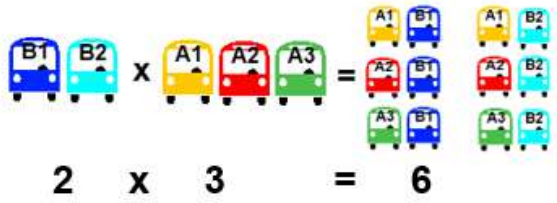


2) Para ir da sua casa (cidade A) até a casa do seu amigo Pedro (que mora na cidade C) João precisa pegar duas conduções: A1 ou A2 ou A3 que saem da sua cidade até a B e B1 ou B2 que o leva até o destino final C. Vamos montar o diagrama da árvore para avaliarmos todas as possibilidades:



[9] *IEZZI, Gelson – Matemática – Volume Único*
FILHO, Begnino Barreto; SILVA,Claudio Xavier da – Matemática – Volume Único - FTD
BOSQUILHA, Alessandra - Minimanual compacto de matemática: teoria e prática: ensino médio / Alessandra Bosquilha, Marlene Lima Pires Corrêa, Tânia Cristina Neto G. Viveiro. -- 2. ed. rev. -- São Paulo: Rideel, 2003.

De forma resumida, e rápida podemos também montar através do princípio multiplicativo o número de possibilidades:



3) De sua casa ao trabalho, Sílvia pode ir a pé, de ônibus ou de metrô. Do trabalho à faculdade, ela pode ir de ônibus, metrô, trem ou pegar uma carona com um colega.

De quantos modos distintos Sílvia pode, no mesmo dia, ir de casa ao trabalho e de lá para a faculdade?

Vejamos, o trajeto é a junção de duas etapas:

1º) Casa → Trabalho: ao qual temos 3 possibilidades

2º) Trabalho → Faculdade: 4 possibilidades.

Multiplicando todas as possibilidades (pelo PFC), teremos: 3 x 4 = 12.

No total Sílvia tem 12 maneiras de fazer o trajeto casa – trabalho – faculdade.

DEFINIÇÃO do PFC: Se um evento que chamaremos de E1 puder ocorrer de **a** maneiras e um outro evento que chamaremos de E2 puder ocorrer de **b** maneiras e E1 for independente de E2, assim a quantidade de maneiras distintas de os dois eventos ocorrerem simultaneamente será dado por **axb**, isto é, a quantidade de maneiras de **a** ocorrer, multiplicado pela quantidade de maneiras de **b** ocorrer.

Questões

01. (Pref. Chapecó/SC – Engenheiro de Trânsito – IOBV) Em um restaurante os clientes têm a sua disposição, 6 tipos de carnes, 4 tipos de cereais, 4 tipos de sobremesas e 5 tipos de sucos. Se o cliente quiser pedir 1 tipo carne, 1 tipo de cereal, 1 tipo de sobremesa e 1 tipo de suco, então o número de opções diferentes com que ele poderia fazer o seu pedido, é:

(A) 19
(B) 480
(C) 420
(D) 90

02. (Pref. Rio de Janeiro/RJ – Agente de Administração – Pref. do Rio de Janeiro) Seja N a quantidade máxima de números inteiros de quatro algarismos distintos, maiores do que 4000, que podem ser escritos utilizando-se apenas os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

O valor de N é:

(A) 120
(B) 240
(C) 360
(D) 480

Comentários

01. Resposta: B.

A questão trata-se de princípio fundamental da contagem, logo vamos enumerar todas as possibilidades de fazermos o pedido:

6 x 4 x 4 x 5 = 480 maneiras.

02. Resposta: C.

Pelo enunciado precisa ser um número maior que 4000, logo para o primeiro algarismo só podemos usar os números 4,5 e 6 (3 possibilidades). Como se trata de números distintos para o segundo algarismo poderemos usar os números (0,1,2,3 e também 4,5 e 6 dependo da primeira casa) logo teremos 7 – 1 = 6 possibilidades. Para o terceiro algarismos teremos 5 possibilidades e para o último, o quarto algarismo, teremos 4 possibilidades, montando temos:



Basta multiplicarmos todas as possibilidades: 3 x 6 x 5 x 4 = 360.
Logo N é 360.

Fatorial de um Número Natural

É comum aparecerem produtos de fatores naturais sucessivos em problemas de análise combinatória, tais como: 3. 2 . 1 ou 5. 4 . 3 . 2 . 1, por isso surgiu a necessidade de simplificarmos este tipo de notação, facilitando os cálculos combinatórios. Assim, produtos em que os fatores chegam sucessivamente até a unidade são chamados **fatoriais**.

Matematicamente:

Dado um número natural *n*, sendo *n* ϵ N e n ≥ 2, temos:

$$n! = n.(n-1).(n-2).\ldots.1$$

Onde:

n! é o produto de todos os números naturais de 1 até n (lê-se: "n fatorial")

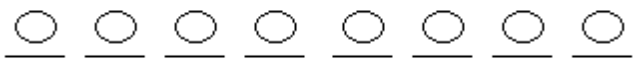
Por convenção temos que:

$$0! = 1$$
$$1! = 1$$

Exemplos

1) De quantas maneiras podemos organizar 8 alunos em uma fila.

Observe que vamos utilizar a mesma quantidade de alunos na fila nas mais variadas posições:



Temos que 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320

2) Dado $\frac{9!}{5!}$, qual o valor dessa fração?

Observe que o denominador é menor que o numerador, então para que possamos resolver vamos levar o numerador até o valor do denominador e simplificarmos:

$$\frac{9!}{5!} = \frac{9.8.7.6.\cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 3024$$

Tipos de Agrupamento

Os agrupamentos que **não possuem elementos repetidos**, são chamamos de **agrupamentos simples**. Dentre eles, temos aqueles onde a **ordem é importante** e os que a **ordem não é importante**. Vamos ver detalhadamente cada um deles.

- Arranjo simples: agrupamentos simples de *n* elementos distintos tomados(agrupados) *p* a *p*. Aqui a **ordem dos seus elementos é importante,** é o que diferencia.

Exemplos

1) Dados o conjunto S formado pelos números S= {1,2,3,4,5,6} quantos números de 3 algarismos podemos formar com este conjunto?

1 2 3
1 2 4
1 2 5
. . .
. . .
. . .

Observe que 123 é diferente de 321 e assim sucessivamente, logo é um Arranjo.

Se fossemos montar todos os números levaríamos muito tempo, para facilitar os cálculos vamos utilizar a fórmula do arranjo.

Pela definição temos: **A n,p** (Lê-se: arranjo de *n* elementos tomados *p* a *p*).

Então:

$$An,p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Utilizando a fórmula:

Onde n = 6 e p = 3

$$\text{An, p} = \frac{\text{n!}}{(\text{n} - \text{p})!} \rightarrow \text{A6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!} = 120$$

Então podemos formar com o conjunto S, 120 números com 3 algarismos.

2) Uma escola possui 18 professores. Entre eles, serão escolhidos: um diretor, um vice-diretor e um coordenador pedagógico. Quantas as possibilidades de escolha?

n = 18 (professores)

p = 3 (cargos de diretor, vice-diretor e coordenador pedagógico)

$$\text{An, p} = \frac{\text{n!}}{(\text{n} - \text{p})!} \rightarrow \text{A18,3} = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18!}{15!} = \frac{18.17.16.15!}{15!} = 4896 \text{ grupos}$$

- Permutação simples: sequência ordenada de *n* elementos distintos (arranjo), ao qual utilizamos todos os elementos disponíveis, **diferenciando entre eles apenas a ordem**. A permutação simples é um caso particular do arranjo simples.

É muito comum vermos a utilização de permutações em anagramas (alterações da sequência das letras de uma palavra).

$$Pn! = n!$$

Exemplos

1) Quantos anagramas podemos formar com a palavra CALO?

C	A	L	O

OLAC
LOCA
COLA
⋮

Utilizando a fórmula da permutação temos:

n = 4 (letras)

P4! = 4! = 4 . 3 . 2 . 1! = 24 . 1! (como sabemos 1! = 1) → 24 . 1 = 24 anagramas

2) Utilizando a palavra acima, quantos são os anagramas que começam com a letra L?

C	A	L	O

LOCA
⋮

L	___	___	___

⇩

3 possibilidades

P3! = 3! = 3 . 2 . 1! = 6 anagramas que começam com a letra L.

- Combinação simples: agrupamento de *n* elementos distintos, tomados *p* a *p*, sendo p ≤ n. O que diferencia a combinação do arranjo é que **a ordem dos elementos não é importante**.

Vemos muito o conceito de combinação quando queremos montar uma comitiva, ou quando temos também de quantas maneiras podemos cumprimentar um grupo ou comitiva, entre outros.

Exemplos

1) Uma escola tem 7 professores de Matemática. Quatro deles deverão representar a escola em um congresso. Quantos grupos de 4 professores são possíveis?

P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7

P1,P2,P3,P4 = P4,P2,P1,P3

.
.
.

Observe que sendo 7 professores, se invertermos um deles de posição não alteramos o grupo formado, os grupos formados são equivalentes. Para o exemplo acima temos ainda as seguintes possibilidades que podemos considerar sendo como grupo equivalentes.

P1, P2, P4, P3 – P2, P1, P3, P4 – P3, P1, P2, P4 – P2, P4, P3, P4 – P4, P3, P1, P2 ...

Com isso percebemos que a **ordem não é importante!**

Vamos então utilizar a fórmula para agilizar nossos cálculos:

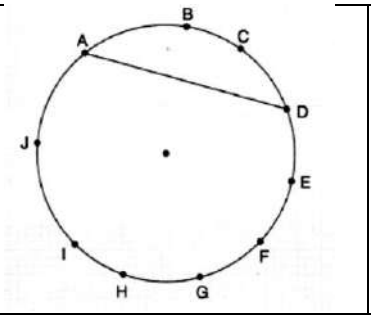
$$Cn,p = \frac{An,p}{p!} \rightarrow Cn,p = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$$

Aqui dividimos novamente por p, para desconsiderar todas as sequências repetidas (P1, P2, P3, P4 = P4, P2, P1, P3= P3, P2, P4, P1=...).

Aplicando a fórmula:

$$\mathrm{Cn,p} = \frac{\mathrm{n!}}{(\mathrm{n-p})!\,\mathrm{p!}} \rightarrow \mathrm{C7,4} = \frac{7!}{(7-4)!\,4!} = \frac{7!}{3!\,4!} = \frac{7.6.5.4!}{3!\,4!} = \frac{210}{3.2.1} = \frac{210}{6} = 35 \text{ grupos de professores}$$

2) Considerando dez pontos sobre uma circunferência, quantas cordas podem ser construídas com extremidades em dois desses pontos?



Uma corda fica determinada quando escolhemos dois pontos entre os dez.

Escolher (A,D) é o mesmo que escolher (D,A), então sabemos que se trata de uma combinação.

Aqui temos então a combinação de 10 elementos tomados 2 a 2.

$$\mathrm{C10,2} = \frac{\mathrm{n!}}{(\mathrm{n-p})!\,\mathrm{p!}} = \frac{10!}{(10-2)!\,2!} = \frac{10!}{8!\,2!} = \frac{10.9.\cancel{8!}}{\cancel{8!}\,2!} = \frac{90}{2} =$$

45 cordas

Agrupamentos com Repetição

Existem casos em que os elementos de um conjunto repetem-se para formar novos subconjuntos. Nestes casos, devemos usar fórmulas de agrupamentos com repetição. Assim, teremos:

A) arranjo com repetição;

B) permutação com repetição;

C) combinação com repetição.

Vejamos:

a) Arranjo com repetição: ou arranjo completo, é um grupo de *p* elementos de um dado conjunto, com *n* elementos distintos, onde a mudança de ordem determina grupos diferentes, podendo porém ter elementos repetidos.

Indicamos por **AR n,p**

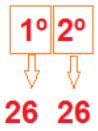
No arranjo com repetição, temos todos os elementos do conjunto à disposição a cada escolha, por isso, pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos:

$$AR\ n,p = n^p$$

Exemplo

Quantas chapas de automóvel compostas de 2 letras nas duas primeiras posições, seguidas por 4 algarismos nas demais posições (sendo 26 letras do nosso alfabeto e sendo os algarismos do sistema decimal) podem ser formadas?

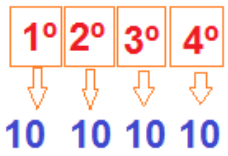
O número de pares de letras que poderá ser utilizado é:



Pois podemos repetir eles. Aplicando a fórmula de Arranjo com repetição temos:

$$AR\ n,p = n^p \rightarrow AR\ 26,2 = 26^2 = 676$$

Para a quantidade de números temos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 – 10 algarismos):



$$AR\ n,p = n^p \rightarrow AR\ 10,4 = 10^4 = 10.000$$

Assim o número de chapas que podemos ter é dado pela multiplicação dos valores achados:

676 . 10 000 = 6 760 000 possibilidades de placas.

Observação: Caso não pudesse ser utilizada a placa com a sequência de zeros, ou seja, com 4 zeros teríamos:



$$AR\ n,p = n^p \rightarrow AR\ 10,4 = 676.10^4 - 10^4 = 10^4.(676 - 1)$$

b) Permutação com repetição: a diferença entre arranjo e permutação é que esta faz uso de todos os elementos do conjunto. Na permutação com repetição, como o próprio nome indica, as repetições são permitidas e podemos estabelecer uma fórmula que relacione o número de elementos, *n*, e as vezes em que o mesmo elemento aparece.

$$Pn^{(\alpha,\beta,\gamma,\ldots)} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!}\ldots$$

Com α + β + γ + ... ≤ n

Exemplo

Quantos são os anagramas da palavra **ARARA**?

n = 5

α = 3 (temos 3 vezes a letra A)
β = 2 (temos 2 vezes a letra R)

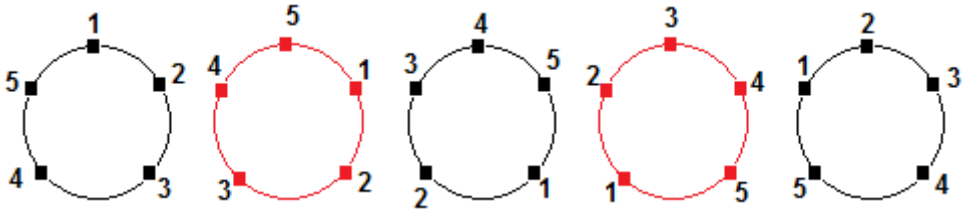
Equacionando temos:

$$Pn^{(\propto,\beta,\gamma,\dots)} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\,\gamma!} \dots \rightarrow p5^{(3,2)} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2!} = \frac{5.4}{2.1} = \frac{20}{2} = 10\ anagramas$$

B.1) Permutação circular: a permutação circular com repetição pode ser generalizada através da seguinte forma:

$$Pc^n = (n-1)!$$

Vejamos o exemplo como chegar na fórmula, para aplicação.
- De quantas maneiras 5 meninas que brincam de roda podem formá-la?
Fazendo um esquema, observamos que são posições iguais:



O total de posições é 5! e cada 5 representa uma só permutação circular. Assim, o total de permutações circulares será dado por:

$$Pc^5 = \frac{5!}{5} = \frac{5.4!}{5} = 4! = 4.3.2.1 = 24$$

C) Combinação com repetição: dado um conjunto com *n* elementos distintos, chama-se combinação com repetição, classe *p* (ou combinação completa *p* a *p*) dos *n* elementos desse conjunto, a todo grupo formado por *p* elementos, distintos ou não, em qualquer ordem.

$$CRn,p = C\ n+p-1,p$$

Exemplo
Em uma combinação com repetição classe 2 do conjunto {a, b, c}, quantas combinações obtemos?
Ilustrando temos:

a a b b
ab b c
a c c c

⇨ 6 combinações com repetições

Utilizando a fórmula da combinação com repetição, verificamos o mesmo resultado sem necessidade de enumerar todas as possibilidades:
n = 3 e p = 2

$$CRn,p = C\ n+p-1,p \rightarrow CR\ 3+2-1,2 \rightarrow CR4,2 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3.2!}{2!\,2!} = \frac{12}{2} = 6$$

Questões

01. (CRQ 2ª Região/MG – Auxiliar Administrativo – FUNDEP) Com 12 fiscais, deve-se fazer um grupo de trabalho com 3 deles. Como esse grupo deverá ter um coordenador, que pode ser qualquer um deles, o número de maneiras distintas possíveis de se fazer esse grupo é:
(A) 4
(B) 660
(C) 1 320
(D) 3 960

02. (PM/SP – Cabo – CETRO) Uma lei de certo país determinou que as placas das viaturas de polícia deveriam ter 3 algarismos seguidos de 4 letras do alfabeto grego (24 letras). Sendo assim, o número de placas diferentes será igual a

(A) 175.760.000.
(B) 183.617.280.
(C) 331.776.000.
(D) 358.800.000.

03. (TJ/RS – Técnico Judiciário - FAURGS) O Tribunal de Justiça está utilizando um código de leitura de barras composto por 5 barras para identificar os pertences de uma determinada seção de trabalho. As barras podem ser pretas ou brancas. Se não pode haver código com todas as barras da mesma cor, o número de códigos diferentes que se pode obter é de

(A) 10.
(B) 30.
(C) 50.
(D) 150.
(E) 250.

04. (SEED/SP – Agente de Organização Escolar – VUNESP) Um restaurante possui pratos principais e individuais. Cinco dos pratos são com peixe, 4 com carne vermelha, 3 com frango, e 4 apenas com vegetais. Alberto, Bianca e Carolina pretendem fazer um pedido com três pratos principais individuais, um para cada. Alberto não come carne vermelha nem frango, Bianca só come vegetais, e Carolina só não come vegetais. O total de pedidos diferentes que podem ser feitos atendendo as restrições alimentares dos três é igual a

(A) 384.
(B) 392.
(C) 396.
(D) 416.
(E)432.

05. (Pref. Jundiaí/SP – Eletricista – MAKIYAMA) Dentre os nove competidores de um campeonato municipal de esportes radicais, somente os quatro primeiros colocados participaram do campeonato estadual. Sendo assim, quantas combinações são possíveis de serem formadas com quatro desses nove competidores?

(A) 126
(B)120
(C) 224
(D) 212
(E) 156

06. (Pref. Lagoa da Confusão/TO – Orientador Social – IDECAN) Renato é mais velho que Jorge de forma que a razão entre o número de anagramas de seus nomes representa a diferença entre suas idades. Se Jorge tem 20 anos, a idade de Renato é

(A) 24.
(B) 25.
(C) 26.
(D) 27.
(E) 28.

07. (Pref. Nepomuceno/MG – Técnico em Segurança do Trabalho – CONSULPLAN) Numa sala há 3 ventiladores de teto e 4 lâmpadas, todos com interruptores independentes. De quantas maneiras é possível ventilar e iluminar essa sala mantendo, pelo menos, 2 ventiladores ligados e 3 lâmpadas acesas?

(A) 12.
(B) 18.
(C) 20.
(D) 24.
(E) 36.

08. (CREA/PR – Agente Administrativo– FUNDATEC) A fim de vistoriar a obra de um estádio de futebol para a copa de 2014, um órgão público organizou uma comissão composta por 4 pessoas, sendo um engenheiro e 3 técnicos.

Sabendo-se que em seu quadro de funcionários o órgão dispõe de 3 engenheiros e de 9 técnicos, pode-se afirmar que a referida comissão poderá ser formada de _____ maneiras diferentes.

Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna do trecho acima.

(A) 252
(B) 250
(C) 243
(D) 127
(E) 81

09. (ESA – Música – EXÉRCITO BRASILEIRO) Colocando-se em ordem alfabética os anagramas da palavra FUZIL, que posição ocupará o anagrama ZILUF.

(A) 103
(B) 104
(C) 105
(D) 106
(E) 107

10. (CODEMIG – Analista de Administração – Gestão de Concursos) Oito amigos encontraram-se em uma festa. Se cada um dos amigos trocar um aperto de mão com cada um dos outros, quantos apertos de mão serão trocados?

(A) 22.
(B) 25.
(C) 27.
(D) 28.

Comentários

01. Resposta: B.

Esta questão trata-se de Combinação, pela fórmula temos:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}$$

Onde n = 12 e p = 3

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!} \rightarrow C_{12,3} = \frac{12!}{(12-3)!\,3!} = \frac{12!}{9!\,3!} = \frac{12.11.10.9!}{9!\,3!} = \frac{1320}{3.2.1} = \frac{1320}{6} = 220$$

Como cada um deles pode ser o coordenado, e no grupo tem 3 pessoas, logo temos 220 x 3 = 660.

02. Resposta: C.

Algarismos possíveis: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9=10 algarismos

$\underline{10}\cdot\underline{10}\cdot\underline{10}\cdot\underline{24}\cdot\underline{24}\cdot\underline{24}\cdot\underline{24}=331.776.000$

03. Resposta: B.

$\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}=32$ possibilidades se pudesse ser qualquer uma das cores
Mas, temos que tirar código todo preto e todo branco.
32-2=30

04. Resposta: E.

Para Alberto:5+4=9
Para Bianca:4
Para Carolina: 12

$\underline{9}.\underline{4}.\underline{12}=432$

05. Resposta: A.
1001.
C_9,4 = 9! / 5!4! = (9·8·7·6·5!) / (5!·24) = 126

06. Resposta: C.
Anagramas de RENATO

$_\ _\ _\ _\ _\ _$
6.5.4.3.2.1=720
Anagramas de JORGE

$_\ _\ _\ _\ _$
5.4.3.2.1=120

Razão dos anagramas: $\frac{720}{120} = 6$
Se Jorge tem 20 anos, Renato tem 20+6=26 anos

07. Resposta: C.
1ª possibilidade:2 ventiladores e 3 lâmpadas
$C_{3,2} = \frac{3!}{1!2!} = 3$

$C_{4,3} = \frac{4!}{1!3!} = 4$

$C_{3,2} \cdot C_{4,3} = 3 \cdot 4 = 12$

2ª possibilidade:2 ventiladores e 4 lâmpadas
$C_{3,2} = \frac{3!}{1!2!} = 3$

$C_{4,4} = \frac{4!}{0!4!} = 1$

$C_{3,2} \cdot C_{4,4} = 3 \cdot 1 = 3$

3ª possibilidade:3 ventiladores e 3 lâmpadas
$C_{3,3} = \frac{3!}{0!3!} = 1$

$C_{4,3} = \frac{4!}{1!3!} = 4$
$C_{3,3} \cdot C_{4,3} = 1 \cdot 4 = 4$

4ª possibilidade:3 ventiladores e 4 lâmpadas
$C_{3,3} = \frac{3!}{0!3!} = 1$

$C_{4,4} = \frac{4!}{0!4!} = 1$

$C_{3,3} \cdot C_{4,4} = 1 \cdot 1 = 1$
Somando as possibilidades: 12 + 3 + 4 + 1 = 20

08. Resposta: A.
Engenheiros

$$C_{3,1} = \frac{3!}{2!\,1!} = 3$$

Técnicos

$$C_{9,3} = \frac{9!}{3!\,6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6 \cdot 6!} = 84$$

3 . 84 = 252 maneiras

09. Resposta: D.

O anagrama que ele quer é ZILUF, assim como se inicia com Z podemos admitir todos os outros anagramas que iniciam com letra diferente de "Z" estão antes do desejado, assim:

F_ _ _ _ = 4.3.2.1 = 24
I_ _ _ _ = 4.3.2.1 = 24
L_ _ _ _ = 4.3.2.1 = 24
U_ _ _ _ = 4.3.2.1 = 24
Daí começa os com Z
Portanto colocaremos Z e a menor letra na segunda opção que será o F
ZF_ _ _ = 3.2.1 = 6
Agora depois do último que começa com ZF vem o que começa com ZI
Mas antes do L temos o F
Assim devemos contar todos que comecem por ZIF
ZIF_ _ = 2
Agora temos o que começa com ZIL
Mas só temos estes possíveis anagramas em ordem crescente que começam com ZIL

ZILFU = 1
ZILUF (Que é o anagrama que queremos)

Agora basta saber a posição em que ele ficará,
24 + 24 + 24 + 24 + 6 + 2 + 1 = 105 antes dele, portanto ele estará na 106ª posição.

10. Resposta: D.

A primeira pessoa apertará a mão de 7
A Segunda, de 6, e assim por diante.
Portanto, haverá: 7+6+5+4+3+2+1=28

PROBABILIDADE

A teoria das **probabilidades** surgiu no século XVI, com o estudo dos jogos de azar, tais como jogos de cartas e roleta. Atualmente ela está intimamente relacionada com a Estatística e com diversos ramos do conhecimento.

Definições[10]:

A **teoria da probabilidade** é o ramo da Matemática que cria e desenvolve modelos matemáticos para estudar os experimentos aleatórios. Alguns elementos são necessários para efetuarmos os cálculos probabilísticos.

- Experimentos aleatórios: fenômenos que apresentam resultados imprevisíveis quando repetidos, mesmo que as condições sejam semelhantes.

Exemplos:

a) lançamento de 3 moedas e a observação das suas faces voltadas para cima
b) jogar 2 dados e observar o número das suas faces
c) abrir 1 livro ao acaso e observar o número das suas páginas.

- Espaço amostral: conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer em um determinado experimento aleatório. Indicamos esse conjunto por uma letra maiúscula: U, S, A, Ω ... variando de acordo com a bibliografia estudada.

Exemplo:

a) quando lançamos 3 moedas e observamos suas faces voltadas para cima, sendo as faces da moeda cara (c) e coroa (k), o espaço amostral deste experimento é:

S = {(c,c,c); (c,c,k); (c,k,k); (c,k,c); (k,k,k,); (k,c,k); (k,c,c); (k,k,c)}, onde o número de elementos do espaço amostral n(A) = 8

[10] *FILHO, Begnino Barreto; SILVA,Claudio Xavier da – Matemática – Volume Único - FTD*
IEZZI, Gelson – Matemática – Volume Único
BUCCHI, Paulo – Curso prático de Matemática – Volume 2 – 1ª edição - Editora Moderna

- **Evento:** é qualquer subconjunto de um espaço amostral (S); muitas vezes um evento pode ser caracterizado por um fato. Indicamos pela letra E.



Exemplo:
a) no lançamento de 3 moedas:
E1→ aparecer faces iguais
E1 = {(c,c,c);(k,k,k)}
O número de elementos deste evento E1 é n(E1) = 2

E2→ aparecer coroa em pelo menos 1 face
E2 = {(c,c,k); (c,k,k); (c,k,c); (k,k,k,); (k,c,k); (k,c,c); (k,k,c)}
Logo n(E2) = 7

Veremos agora alguns eventos particulares:
- **Evento certo:** que possui os mesmos elementos do espaço amostral (todo conjunto é subconjunto de si mesmo); E = S.
E: a soma dos resultados nos 2 dados ser menor ou igual a 12.

- Evento impossível: evento igual ao conjunto vazio.
E: o número de uma das faces de um dado comum ser 7.
E: Ø

- Evento simples: evento que possui um único elemento.
E: a soma do resultado de dois dados ser igual a 12.
E: {(6,6)}

- Evento complementar: se *E* é um evento do espaço amostral *S*, o evento complementar de *E* indicado por *C* tal que **C = S – E**. Ou seja, o evento complementar é quando *E* não ocorre.
E1: o primeiro número, no lançamento de 2 dados, ser menor ou igual a 2.
E2: o primeiro número, no lançamento de 2 dados, ser maior que 2.
S: espaço amostral é dado na tabela abaixo:

D_1 \ D_2	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

E: {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3) (2,4), (2,5), (2,6)}
Como, C = S – E
C = {(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

- Eventos mutuamente exclusivos: dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a ocorrência de um deles implica a não ocorrência do outro. Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, então: A ∩ B = Ø.
Sejam os eventos:
A: quando lançamos um dado, o número na face voltada para cima é par.
A = {2,4,6}
B: quando lançamos um dado, o número da face voltada para cima é divisível por 5.
B = {5}
Os eventos A e B são mutuamente exclusivos, pois A ∩ B = Ø.

Probabilidade em espaços equiprováveis

Considerando um espaço amostral S, não vazio, e um evento E, sendo E ⊂ S, a probabilidade de ocorrer o evento E é o número real P (E), tal que:

$$\mathbf{P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}}$$

Sendo 0 ≤ P(E) ≤ 1 e S um **conjunto equiprovável**, ou seja, **todos os elementos têm a mesma "chance de acontecer.**

Onde:

n(E) = número de elementos do evento E.

n(S) = número de elementos do espaço amostral S.

Exemplo:

Lançando-se um dado, a probabilidade de sair um número ímpar na face voltada para cima é obtida da seguinte forma:

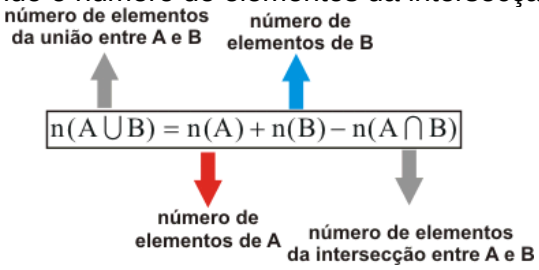
S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} n(S) = 6

E = {1, 3, 5} n(E) = 3

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5\ ou\ 50\%$$

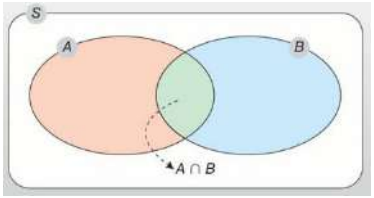
Probabilidade da união de dois eventos

Vamos considerar A e B dois eventos contidos em um mesmo espaço amostral A, o número de elementos da reunião de A com B é igual ao número de elementos do evento A somado ao número de elementos do evento B, subtraindo o número de elementos da intersecção de A com B.



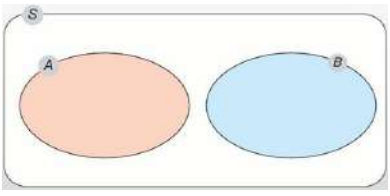
Sendo n(S) o número de elementos do espaço amostral, vamos dividir os dois membros da equação por n(S) a fim de obter a probabilidade P (A U B).

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$



P (A U B) = P(A) + P(B) – P (A ∩ B)

Para eventos mutuamente exclusivos, onde A ∩ B = Ø, a equação será:



P (A U B) = P(A) + P(B)

Exemplo:

A probabilidade de que a população atual de um país seja de 110 milhões ou mais é de 95%. A probabilidade de ser 110 milhões ou menos é de 8%. Calcule a probabilidade de ser 110 milhões.

Sendo P(A) a probabilidade de ser 110 milhões ou mais: P(A) = 95% = 0,95
Sendo P(B) a probabilidade de ser 110 milhões ou menos: P(B) = 8% = 0,08
P (A ∩ B) = a probabilidade de ser 110 milhões: P (A ∩ B) = ?
P (A U B) = 100% = 1
Utilizando a regra da união de dois eventos, temos:
P (A U B) = P(A) + P(B) – P (A ∩ B)
1 = 0,95 + 0,08 - P (A ∩ B)
P (A ∩ B) = 0,95 + 0,08 - 1
P (A ∩ B) = 0,03 = 3%

Probabilidade condicional

Vamos considerar os eventos A e B de um espaço amostral S, definimos como probabilidade condicional do evento A, tendo ocorrido o evento B e indicado por P(A | B) ou $P\left(\frac{A}{B}\right)$, a razão:

$$\boldsymbol{P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Lemos P (A | B) como: a probabilidade de A **"dado que"** ou **"sabendo que"** a probabilidade de B.

Exemplo:

No lançamento de 2 dados, observando as faces de cima, para calcular a probabilidade de sair o número 5 no primeiro dado, sabendo que a soma dos 2 números é maior que 7.

Montando temos:

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

Evento A: o número 5 no primeiro dado.

A = {(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)}

Evento B: a soma dos dois números é maior que 7.

B = {(2,6), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

A ∩ B = {(5,3), (5,4), (5,5), (5,6)}
P (A ∩ B) = 4/36
P(B) = 15/36
Logo:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{4}{36} \cdot \frac{36}{15} = \frac{4}{15}$$

Probabilidade de dois eventos simultâneos (ou sucessivos)

A probabilidade de ocorrer P (A ∩ B) é igual ao produto de um deles pela probabilidade do outro em relação ao primeiro. Isto significa que, para se avaliar a probabilidade de ocorrem dois eventos simultâneos (ou sucessivos), que é P (A ∩ B), é preciso multiplicar a probabilidade de ocorrer um deles P(B) pela probabilidade de ocorrer o outro, sabendo que o primeiro já ocorreu P (A | B).

Sendo:

$$\mathbf{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}} \textbf{ ou } \mathbf{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

- **Eventos independentes:** dois eventos A e B de um espaço amostral S são independentes quando P(A|B) = P(A) ou P(B|A) = P(B). Sendo os eventos A e B independentes, temos:

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A).\ P(B)}$$

Exemplo:

Lançando-se simultaneamente um dado e uma moeda, determine a probabilidade de se obter 3 ou 5 na dado e cara na moeda.

Sendo, c = coroa e k = cara.

S = {(1,c), (1,k), (2,c), (2,k), (3,c), (3,k), (4,c), (4,k), (5,c), (5,k), (6,c), (6,k)}
Evento A: 3 ou 5 no dado
A = {(3,c), (3,k), (5,c), (5,k)}

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Evento B: cara na moeda
B = {(1,k), (2,k), (3,k), (4,k), (5,k), (6,k)}

$$P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Os eventos são independentes, pois o fato de ocorrer o evento A não modifica a probabilidade de ocorrer o evento B. Com isso temos:
P (A ∩ B) = P(A). P(B)

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

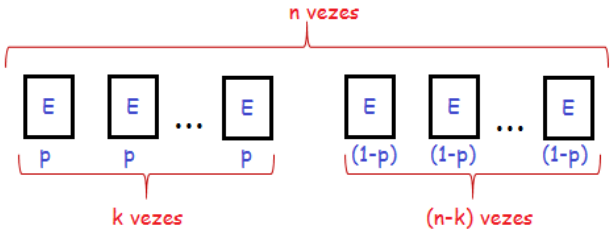
Observamos que A ∩ B = {(3,k), (5,k)} e a P (A ∩ B) poder ser calculada também por:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

No entanto nem sempre chegar ao n(A ∩ B) nem sempre é fácil dependendo do nosso espaço amostral.

Lei Binomial de probabilidade
Vamos considerar um experimento que se repete n número de vezes. Em cada um deles temos:
P(E) = p, que chamamos de probabilidade de ocorrer o evento E com sucesso.
P($\bar{E}$) = 1 – p, probabilidade de ocorrer o evento E com insucesso (fracasso).

A probabilidade do evento E ocorrer k vezes, das n que o experimento se repete é dado por uma lei binomial.



A probabilidade de ocorrer k vezes o evento E e (n - k) vezes o evento $\bar{E}$ é o produto: $p^k . (1 - p)^{n-k}$

As *k* vezes do evento E e as *(n – k)* vezes do evento $\bar{E}$ podem ocupar qualquer ordem. Então, precisamos considerar uma permutação de n elementos dos quais há repetição de k elementos e de (n – k) elementos, em outras palavras isso significa:

$P_n^{[k,(n-k)]} = \frac{n!}{k.(n-k)!} = \binom{n}{k}$, logo a probabilidade de ocorrer k vezes o evento E no n experimentos é dada:

$$\boldsymbol{p = \binom{n}{k} . p^k . q^{n-k}}$$

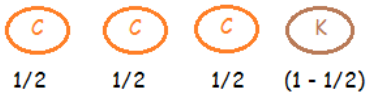
A **lei binomial** deve ser aplicada nas seguintes condições:

- O experimento deve ser repetido nas mesmas condições as n vezes.
- Em cada experimento devem ocorrer os eventos E e $\bar{E}$.
- A probabilidade do E deve ser constante em todas as n vezes.
- Cada experimento é independente dos demais.

Exemplo:

Lançando-se uma moeda 4 vezes, qual a probabilidade de ocorrência 3 caras?

Está implícito que ocorrerem 3 caras deve ocorrer uma coroa. Umas das possíveis situações, que satisfaz o problema, pode ser:



Temos que:

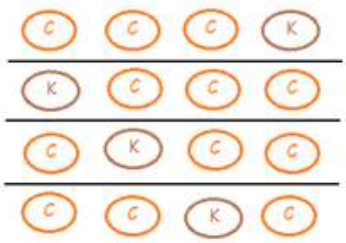
n = 4

k = 3

$$P(E) = \frac{1}{2}, P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{2}$$

Logo a probabilidade de que essa situação ocorra é dada por:

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1$, como essa não é a única situação de ocorre 3 caras e 1 coroa. Vejamos:



$$P_4^{3!.1!} = \frac{4!}{3!.1!} = \binom{4}{3} = 4$$

Podemos também resolver da seguinte forma: $\binom{4}{3}$ maneiras de ocorrer o produto $\left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1$, portanto:

$$P(E) = \binom{4}{3} . \left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 = 4 . \frac{1}{8} . \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Questões

01. (BANESTES – Técnico em Segurança do Trabalho – FGV/2018) Dados os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6, 7}, João escolhe ao acaso um elemento de cada um deles. A probabilidade de que o produto dos dois elementos escolhidos seja um número par é:

(A) 1/4;
(B) 1/3;
(C) 1/2;
(D) 2/3;
(E) 3/4.

02. (ENEM - CESGRANRIO) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos.

A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

(A) 23,7%
(B) 30,0%
(C) 44,1%
(D) 65,7%
(E) 90,0%

03. (ENEM - CESGRANRIO) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.

Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

(A) 1/100
(B) 19/100

(C) 20/100
(D) 21/100
(E) 80/100

04. (Pref. Niterói – Agente Fazendário – FGV) O quadro a seguir mostra a distribuição das idades dos funcionários de certa repartição pública:

Faixa de idades (anos)	Número de funcionários
20 ou menos	2
De 21 a 30	8
De 31 a 40	12
De 41 a 50	14
Mais de 50	4

Escolhendo ao acaso um desses funcionários, a probabilidade de que ele tenha mais de 40 anos é:
(A) 30%;
(B) 35%;
(C) 40%;
(D) 45%;
(E) 55%.

05. (Pref. Niterói – Fiscal de Posturas – FGV) Uma urna contém apenas bolas brancas e bolas pretas. São vinte bolas ao todo e a probabilidade de uma bola retirada aleatoriamente da urna ser branca é 1/5.
Duas bolas são retiradas da urna sucessivamente e sem reposição.
A probabilidade de as duas bolas retiradas serem pretas é:
(A) 16/25;
(B) 16/19;
(C) 12/19;
(D) 4/5;
(E) 3/5.

06. (TJ/RO – Técnico Judiciário – FGV) Um tabuleiro de damas tem 32 quadradinhos pretos e 32 quadradinhos brancos.



Um desses 64 quadradinhos é sorteado ao acaso.
A probabilidade de que o quadradinho sorteado seja um quadradinho preto da borda do tabuleiro é:
(A) ½;
(B) ¼;
(C) 1/8;
(D) 9/16;
(E) 7/32.

07. (Pref. Jucás/CE – Professor de Matemática – INSTITUTO NEO EXITUS) Fernanda organizou um sorteio de amigo secreto entre suas amigas. Para isso, escreveu em pedaços de papel o nome de cada uma das 10 pessoas (incluindo seu próprio nome) que participariam desse sorteio e colocou dentro de um saco. Fernanda, como organizadora, foi a primeira a retirar um nome de dentro do saco. A probabilidade de Fernanda retirar seu próprio nome é:
(A) 3/5.
(B) 2/10.
(C) 1/10.
(D) ½.
(E) 2/3.

08. (Corpo de Bombeiros Militar/MT – Oficial Bombeiro Militar – COVEST – UNEMAT) Uma loja de eletrodoméstico tem uma venda mensal de sessenta ventiladores. Sabe-se que, desse total, seis apresentam algum tipo de problema nos primeiros seis meses e precisam ser levados para o conserto em um serviço autorizado.

Um cliente comprou dois ventiladores. A probabilidade de que ambos não apresentem problemas nos seis primeiros meses é de aproximadamente:

(A) 90%
(B) 81%
(C) 54%
(D) 11%
(E) 89%

09. (Corpo de Bombeiros Militar/MT – Oficial Bombeiro Militar – COVEST – UNEMAT) Em uma caixa estão acondicionados uma dúzia e meia de ovos. Sabe-se, porém, que três deles estão impróprios para o consumo.

Se forem escolhidos dois ovos ao acaso, qual a probabilidade de ambos estarem estragados?

(A) 2/153
(B) 1/9
(C) 1/51
(D) 1/3
(E) 4/3

Comentários

01. Resposta: D.

Vamos fazer o total de possíveis resultados entre os conjuntos A e B.

Como em A temos 3 elementos e em B temos 4 elementos, teremos um total de 12 possibilidades de fazer A vezes B,

Vamos ver quais serão pares agora:

A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6, 7},

A . B
1 . 4 = 4
1 . 6 = 6
2 . 4 = 8
2 . 5 = 10
2 . 6 = 12
2 . 7 = 14
3 . 4 = 12
3 . 6 = 18

Assim, teremos 8 possibilidades de um total de 12, logo a probabilidade desse número ser par será de 8/12 = 2/3 (simplificando a fração)

02. Resposta: D.

A probabilidade de nenhum dos três alunos responder à pergunta feita pelo entrevistador é
0,70 . 0,70 . 0,70 = 0,343 = 34,3%
Portanto, a possibilidade dele ser entendido é de: 100% – 34 ,3% = 65,7%

03. Resposta: C.

A probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20 é 20/100, pois são 20 números entre 100.

04. Resposta: D.

O espaço amostral é a soma de todos os funcionário:
2 + 8 + 12 + 14 + 4 = 40
O número de funcionário que tem mais de 40 anos é: 14 + 4 = 18
Logo a probabilidade é:

$$P(E) = \frac{18}{40} = 0{,}45 = 45\%$$

05. Resposta: C.
B = bolas brancas
T = bolas pretas
Total 20 bolas = S (espaço amostral)
P(B) = 1/5

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{n(B)}{20} \rightarrow n(B) = \frac{20}{5} = 4$$

Logo 20 – 4 = 16 bolas pretas

$$P(T1) = \frac{n(T)}{n(S)} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

Como não há reposição a probabilidade da 2º bola ser preta é:

$$P(T2) = \frac{n(T)}{n(S)} = \frac{15}{19}$$

Como os eventos são independentes multiplicamos as probabilidades:

$$\frac{4}{5}.\frac{15}{19} = \frac{60}{95} = \frac{12}{19}$$

06. Resposta: E.
Como são 14 quadrinhos pretos na borda e 64 quadradinhos no total, logo a probabilidade será de:

$$P(E) = \frac{14}{64} = \frac{7}{32}$$

07. Resposta: C.
A probabilidade é calculada por $P = \frac{retirado}{total}$
Assim, $P = \frac{1}{10}$

08. Resposta: B.
6 / 60 = 0,1 = 10% de ter problema
Assim, se 10% tem problemas, então 90% não apresentam problemas.

$P = \frac{90}{100}.\frac{90}{100} = \frac{8100}{10000} = 81\%$

09. Resposta: C.
$P = \frac{3}{18}.\frac{2}{17} = \frac{6}{306} = \frac{1}{51}$ (: 6 / 6)